ANALÍZIS 2
Mérnök Informatikus szak

VIZSGA

2014 január 20
Munkaidő: 90 perc

BME, Természettudományi Kar, Matematika Intézet, Analízis Tanszék

---

Név:

Neptun kód: ☐☐☐☐☐☐ **vizsga súlya:** ☐ **50%** ☐ **100%**

1.	**2.**	**3.**	**4.**	**5.**	$\sum$

---

1. feladat (elmélet, 6+7+7 pont)

A: Mikor mondjuk, hogy egy $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ függvény *sima*, és mikor, hogy *analitikus*? Mi a kapcsolat a két fogalom között?

B: Valaki elárulta, hogy a következő három függvény közül: $x \mapsto x, 3x, e^x$, kettő kielégít egy bizonyos

$$x \mapsto y(x)? \quad y' = F(x, y)$$

diffegyenletet, melyben F egy $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ folytonosan diffható függvény. A kapott infó alapján melyik függvény nem lehet megoldása a kérdéses diffegyenletnek? A választ indokoljuk.

C: Mennyi $\limsup_n \sqrt[n]{|a_n|}$, ha $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(x-2)^n = \ln(x)$ az $x_0 = 2$ egy környezetében?

2. feladat (20 pont)

Oldjuk meg a

$$x \mapsto y(x)? \quad y' = \frac{x^2 + 2xy + 1}{x^2 + 1}, \quad y(0) = 1$$

kezdetiérték-problémát.

3. feladat (20)

Keressük meg az

$$f(x, y) = y^3 + 2(x + y)^2 - 8x - 20y$$

képlettel megadott f függvény lokális minimumainak illetve lokális maximumainak helyeit.

4. feladat (20 pont)

Számoljuk ki a

$$T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \ 0 \leq z \leq 10 - 2\sqrt{x^2 + y^2}, \ x^2 + y^2 + z^2 \leq 25\}$$

tartomány térfogatát.

5. feladat (5+5+10 pont)

i) $\mathrm{Re}\left(\frac{1}{2+3i}\right) =?$

ii) $\mathrm{Re}\left(\sin(\frac{\pi}{6} + \ln(2)i)\right) =?$

iii) $\mathrm{Re}\left((1+i)^{15}\right) =?$