ANALÍZIS 2
Mérnök Informatikus szak

VIZSGA

2014 január 13
Munkaidő: 90 perc

BME, Természettudományi Kar, Matematika Intézet, Analízis Tanszék

Név:

Neptun kód: | | | | | | | **vizsga súlya:** ☐ **50%** ☐ **100%**

1.	**2.**	**3.**	**4.**	**5.**	$\sum$

1. feladat (elmélet, 4+4*4 pont)

A: Definiáljuk egy $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ függvény $x \in \mathbb{R}^n$ pontban vett $v \in \mathbb{R}^n$ vektor szerinti $D_v f(x)$ deriváltját.

B: Mondjuk el mindent az $i) - iv)$ problémákban szereplő diffegyenletek típusáról amit csak meg tudunk azokról állapítani, továbbá mindegyik esetben határozzuk meg a megoldások számát.

i) $(x, y) \mapsto u(x, y)$? $\quad \Delta u = 0, \quad u(0, 0) = 0,\ Du(0, 0) = 0.$

ii) $x \mapsto y(x)$? $\quad y'' = 8y - 3y', \quad y(2) = y'(2) = y''(2) - 1 = 0.$

iii) $x \mapsto y(x)$? $\quad y' = \frac{(x+y)^2 - (1+y)^2}{1+x^2}, \quad y(2) = 0.$

iv) $x \mapsto y(x)$? $\quad (2y + \sin(y))' = e^{x+y}, \quad y(2) = 0.$

2. feladat (20 pont)

Az $x \mapsto y(x)$ függvény kielégíti az $y' = \sin(x + y)$ diffegyenletet és az $y(\frac{\pi}{12}) = \frac{\pi}{12}$ kezdeti feltételt. Egy másodrendű Taylor-polinom segítségével adjunk becslést y értékére az $x = 0$ pontban továbbá adjunk fölső korlátot a becslés hibájára.

3. feladat (20 pont)

$$\left(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\right)^{17} \left(\sqrt{2x - x^2}\, \ln(2 + (x - 1)^5)\right)\Big|_{x=1} = ?$$

4. feladat (20 pont)

Számoljuk ki az $f(x,y,z)=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$ formulával megadott f függvény

$$T=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3:\ x^2+y^2+z^2\le 4,\ 0\le z\le 1\}$$

tartományra vett integrálját.

5. feladat (20 pont)

Határozzuk meg azon $z_0\in\mathbb{C}$ pontok halmazát, ahol létezik a

$$\lim_{z\to z_0}\frac{(\mathrm{Re}(z)z^2+i|z|^2)-(\mathrm{Re}(z_0)z_0^2+i|z_0|^2)}{z-z_0}$$

határérték.