

Név:

Neptun kód:

--	--	--	--	--	--

vizsga súlya:  50%  100%

1.	2.	3.	4.	5.	$\Sigma$

1. feladat (elmélet, 4+4\*4 pont)

A: Legyen  $f$  egy  $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  folytonosan diffható függvény. Adjuk meg a  $z = f(x, y)$  egyenlettel megadott felület egy érintősíkjának az egyenletét.

B: Melyik lehet, és melyik biztosan nemlehet a  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(2x + 4)^{2n}$  hatványsor  $x$ -re vonatkozó konvergencia-tartománya az alábbi 4 közül:  $\emptyset$ ,  $[-5, 5]$ ,  $\mathbb{Z}$ ,  $(-5, 1]$ . A válaszokat indokolni kell.

2. feladat (20 pont)

Adjuk meg a

$$x \mapsto y(x)? \quad y' = y^2 + y - 6$$

diffegyenlet összes megoldását. A megoldásokat nem kell feltétlen explicit alakra hozni.

3. feladat (14+6 vagy 12+8 pont)

Az  $x = 1$  pontban akarjuk egy függvény értékét megbecsülni a függvény  $x_0 = 0$  bázispontú Taylor-polinomjának a segítségével. Írjuk föl a kérdéses polinomot, ha

- i) a függvény a  $t \mapsto \sqrt[3]{1000 + t^2}$ , és azt szeretnénk, hogy a hiba biztosan kisebb legyen mint  $10^{-9}$ ;
- ii) a függvény a  $t \mapsto e^t$ , és azt szeretnénk, hogy a hiba biztosan kisebb legyen, mint  $10^{-3}$ .

**4. feladat (20 pont)**

$$\int_{y=0}^2 \int_{x=0}^{\sqrt{4-y^2}} \frac{1}{(1+x^2+y^2)^5} dx dy = ?$$

**5. feladat (14+6 vagy 12+8 pont)**

Oldjuk meg a komplex számok körében az alábbi egyenlőség- (illetve egyenlőtlenség-) rendszereket:

i)  $e^{z^2} = 1$ ,  $|z| < 3$ ;

ii)  $z^3 = -8$ .

A megoldásokat a lehető legexplicittebb alakban kell megadni.