ANALÍZIS 2 | **VIZSGA** | 2013 december 21
Mérnök Informatikus szak | | Munkaidő: 90 perc

BME, Természettudományi Kar, Matematika Intézet, Analízis Tanszék

Név:

Neptun kód: ☐☐☐☐☐☐ **vizsga súlya:** ☐ **50%** ☐ **100%**

1.	**2.**	**3.**	**4.**	**5.**	$\sum$

1. feladat (elmélet, 8+3*4 pont)

A: Definiáljuk egy $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ függvény $x \in \mathbb{R}^n$ pontban vett **teljes deriváltját**.

B: Hány megoldása van a következő problémáknak:

i) $x \mapsto y(x)$? $\quad y' = y^2 - (x^2+1)y'',\ y(2) = 0.$

ii) $x \mapsto y(x)$? $\quad y'' + 8y' - 3y = 0, \quad y(2) = y'(2) = y''(2) - 1 = 0.$

iii) $x \mapsto y(x)$? $\quad y' = (x^2+1)^{\sin(y)}, \quad y(2) = 0.$

2. feladat (20 pont)

Az $x \mapsto y(x)$ függvény kielégíti az $y' = \sin(y) + x^3$ diffegyenletet és az $y(1) = \frac{\pi}{6}$ kezdeti feltételt. Egy másodrendű Taylor-polinom segítségével adjunk becslést y értékére az $x = 1.1$ pontban továbbá adjunk fölső korlátot a becslés hibájára.

3. feladat (20 pont)

Milyen $a, b \in \mathbb{R}$ paraméter-értékekre lesz a

$$f(x,y) = (2a+b)^2(x+1)^2 + \frac{1}{2}(y+1)^2 - 2\sin(x) + a\sin(y) + \frac{bxy}{(x+a)^2+1}$$

képlettel megadott f függvénynek lokális szélsőértéke az $(x,y) = (0,0)$ pontban?

4. feladat (20 pont)

Számoljuk ki a

$$T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 6 - (x^2 + y^2)\}$$

tartomány térfogatát.

5. feladat (20 pont)

Az $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ komplex diffható függvény egy bizonyos $t \in \mathbb{R}$ paraméter-értékre kielégíti az

$$\mathrm{Re}(f(x + iy)) = 2x^3 - txy^2 + 5x - 2y \quad (x, y \in \mathbb{R})$$

összefüggést. Határozzuk meg t valamint $s := \mathrm{Im}(f(2 + i) - f(0))$ értékét.