

Név:

Neptun kód:

--	--	--	--	--	--	--

Gyak.:  csüt.  pént.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	$\Sigma$

**1. feladat (18 pont)**

Tekintsük az  $a_n := \sqrt{n^4 + 8n^2 + 999} - n^2$  képlettel definiált sorozatot. Igaz-e, hogy

- a) véges sok kivételtől eltekintve  $a_n < \frac{14}{3}$ ?
- b) az  $a_n > \frac{21}{5}$  egyenlőtlenség végtelen sok  $n$ -re teljesül?

A választ mindkét kérdésre indokoljuk.

**2. feladat (14 pont)**

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1 + n^2}{n^2 - 3n} \right)^{2n} = ?$$

**3. feladat (17 pont)**

Tekintsük az  $a_{n+1} = a_n 2^{2a_n - 3}$  rekurziós relációt. Mit tudunk mondani monotonitás és konvergencia szempontjából, ha a)  $a_1 = 1$ , illetve ha b)  $a_1 = 2$ ?

**4. feladat (14 pont)**

Döntsük el, hogy a

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^{n+1}}{2^n + 3^{2n}}$$

sor konvergens-e. (A választ indokolni is kell!) "Igen" válasz esetén adjunk (lehetőleg minnél jobb) felső korlátot arra vonatkozólag, hogy a sorösszeget az első száz tag összegével becslve legföljebb mennyi lenne a hiba.

**5. feladat (4\*5=20 pont)**

Az alábbi négy sor közül melyik konvergens, abszolút konvergens, illetve divergens?

$$\begin{array}{ll} a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+2\sin n}{n\sqrt{n}} & b) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1+2\sin n}{n\sqrt{n}} \\ c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2+\cos(n)} & d) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n^2+\cos(n)} \end{array}$$

Sorösszeget most nem kell számolni, de a válaszokat indokoljuk!

**6. feladat (17 pont)**

Állapítsuk meg az

$$f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) \frac{x^3 - 3x^2 + x - 3}{x^2 - x - 6}$$

képlettel definiált  $f$  függvény határértékét a valós számegeyes minden pontjában.