

Név:

Neptun kód:

--	--	--	--	--	--

Gyak.:  csüt.  pént.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	$\Sigma$

**1. feladat (18 pont)**

Tekintsük az  $a_n := \sqrt{\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n} - \frac{1}{n}$  képlettel definiált sorozatot. Igaz-e, hogy

- a) véges sok kivételtől eltekintve  $a_n > \frac{3}{2}$ ?
- b) az  $a_n < 2$  egyenlőtlenség minden  $n$ -re teljesül?

A választ mindkét kérdésre indokoljuk.

**2. feladat (13 pont)**

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^2 + n}{n^2 + 1} \right)^{2n+1} = ?$$

**3. feladat (16 pont)**

Tekintsük az  $a_{n+1} = 10 - a_n^2$  rekurziós relációval és  $a_1 = 3$  kezdeti feltétellel definiált sorozatot. Állapítsuk meg a sorozat legkisebb felső illetve legnagyobb alsó korlátját, továbbá, amennyiben van neki, határértékét.

**4. feladat (16 pont)**

Döntsük el, hogy a

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{2n} + \frac{(-1)^n}{n+3} \right)$$

sor konvergens-e. (A választ indokolni is kell!) "Igen" válasz esetén adjunk felső és alsó korlátot a sorösszeg értékére.

**5. feladat (4\*5=20 pont)**

Az alábbi négy sor közül melyik konvergens, abszolút konvergens, illetve divergens?

$$a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2 + \cos(n)} \quad b) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n^2 + \cos(n)}$$

$$c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n^{3/2})}{n^{3/2}} \quad d) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1 + 2 \sin(n)}{n\sqrt{n}}$$

Sorösszeget most nem kell számolni, de a válaszokat indokoljuk!

**6. feladat (17 pont)**

Állapítsuk meg az

$$f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) \frac{x^3 - 3x^2 + x - 3}{x^2 - x - 6}$$

képlettel definiált  $f$  függvény határértékét a valós számegeyes minden pontjában.