ANALÍZIS 1
Mérnök Informatikus szak

ELSŐ ZÁRTHELYI

2014 március 13
Munkaidő: 90 perc

BME, Természettudományi Kar, Matematika Intézet, Analízis Tanszék

Név:

Neptun kód: | | | | | |

Gyak.: ☐ **szerda** ☐ **csüt.**

1.	**2.**	**3.**	**4.**	$\sum^*$

1. feladat (25 pont)

Tekintsük az

$$a_n = \frac{(2n-13)^4}{\sqrt{n^8+7}-\sqrt{n^6+5}}, \quad b_n = \frac{\sqrt[n]{2^{4n}+n!}}{n^{\frac{3}{2}}} \qquad (n = 1, 2, \ldots)$$

képlettel definiált sorozatokat. Igaz -e, hogy

- véges sok n, m pártól eltekintve $b_n < a_m$?
- létezik olyan $n_0 \in \mathbb{N}$, hogy $b_{n_0} < a_m$ minden $m \in \mathbb{N}$ -re?

A választ mindkét kérdésre matematikai érveléssel indokoljuk.

2. feladat (25 pont)

$$(i) \lim_{n\to\infty} \left(\frac{1}{(1+3n)^{3+2n}\,(1-3n)^{3-2n}} \right) = \ ? \qquad (ii) \lim_{n\to\infty} \left(1 + \ln(\sqrt[n]{n})\right)^n = \ ?$$

3. feladat (25 pont)

Vizsgáljuk meg monotonitás és konvergencia szempontjából az

$$a_{n+1} = \sqrt{a_n(3+\sqrt{3+a_n})} \qquad (n = 1, 2, \ldots)$$

rekurziós relációval és $a_1 = \frac{1}{10}$ első taggal definiált sorozatot.

* Minden kihúzott feladat 5 pontot ér.

4. feladat (25 pont)

Mutassuk meg, hogy a

$$S = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{20 + n^2}$$

sor konvergens, és adjunk valamilyen konkrét alsó illetve felső korlátot S értékére.