ANALÍZIS 1
Mérnök Informatikus szak

MÁSODIK PÓTZÁRTHELYI

2014 május 8
Munkaidő: 90 perc

BME, Természettudományi Kar, Matematika Intézet, Analízis Tanszék

Név:

Neptun kód: ☐☐☐☐☐☐ **Gyak.:** ☐ **szerda** ☐ **csüt.**

1.	**2.**	**3.**	**4.**	**5.**	**6.**	$\sum^*$

1. feladat (5 + 5 + 5 pont)

Néhány szóban vázoljuk, mihez kapcsolódva került elő Lebesgue neve vagy hogy mihez kapcsolódva került elő Ciolkovszkij neve az előadáson, és számoljuk ki az

$$f(x) = \ln(x^2+1)\sqrt{\tan(2x)+8} \quad \text{illetve} \quad g(x) = \left(\sqrt{x^2+1}\right)^x$$

képlettel definiált függvények deriváltjait.

2. feladat (15 pont)

Érintőt húzunk az $x_p = \frac{2}{3}$, $y_p = 0$ koordinátájú pontból az $y = \sqrt{x^2-2x+2}$ képlettel megadott görbéhez. Számoljuk ki az érintési pont koordinátáit.

3. feladat (20 pont)

Határozzuk meg az $y = 2\sqrt{\ln(x+3)}$ képlettel megadott görbe origóhoz legközelebb eső pontjának koordinátáit.

4. feladat (20 pont)

Végezzük el az $f(x) = x^3 + \frac{48}{x^2}$ képlettel megadott függvény teljes függvényvizsgálatát (értelmezési tartomány, határértékek az értelmezési tartomány "szélein", előjelek és nullpontok, hol csökken, hol nő, hol konvex, hol konkáv, szélsőértékek, inflexiós pontok) és vázlatosan rajzoljuk fel f grafikonját.

* Minden kihúzott feladat 4 pontot ér.

5. feladat (15 pont)

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{\arctan(2x)}{x^3}-\frac{2}{x^2}\right)=?$$

6. feladat (20 pont)

Az $x\mapsto y(x)$ akárhányszor deriválható függvény kielégíti az

$$y(x)\,e^{y(x)}=\ln(x)-\frac{1}{x}$$

egyenletet. Legyen $e<x_1<x_2$. Eldönthető-e ezek alapján, hogy mi a nagyobb: $\frac{y(x_1)+y(x_2)}{2}$ vagy $y(\frac{x_1+x_2}{2})$, és ha igen, mi a válasz?

Segítség: vegyük észre, hogy y a kérdéses tartományon mindig pozitív kell, hogy legyen.