ANALÍZIS 1
Mérnök Informatikus szak

ELSŐ PÓTZÁRTHELYI

2014 március 27
Munkaidő: 90 perc

BME, Természettudományi Kar, Matematika Intézet, Analízis Tanszék

Név:

Neptun kód: | | | | | | | **Gyak.:** ☐ **szerda** ☐ **csüt.**

1.	**2.**	**3.**	**4.**	**5.**	$\sum^*$

1. feladat (20 pont)

Tekintsük az

$$a_n = \frac{(2n-13)^4}{\sqrt{n^8+7}-\sqrt{n^6+5}}, \quad b_n = \frac{\sqrt[n]{2^{4n}+n!}}{n^{\frac{3}{2}}} \qquad (n = 1, 2, \ldots)$$

képlettel definiált sorozatokat. Igaz -e, hogy

- véges sok n, m pártól eltekintve $b_n < a_m$?
- létezik olyan $n_0 \in \mathbb{N}$, hogy $b_{n_0} < a_m$ minden $m \in \mathbb{N}$ -re?

A választ mindkét kérdésre matematikai érveléssel indokoljuk.

2. feladat (20 pont)

$$(i)\ \lim_{n\to\infty}\left(\frac{2+3n}{2-3n}\right)^{5n} = \ ? \qquad (ii)\ \lim_{n\to\infty}\left(1+\ln(\sqrt[n]{n})\right)^n = \ ?$$

3. feladat (20 pont)

Vizsgáljuk meg monotonitás és konvergencia szempontjából az

$$a_{n+1} = a_n\, 3^{(3+\sqrt{3+a_n}-a_n)} \qquad (n = 1, 2, \ldots)$$

rekurziós relációval és $a_1 = \frac{1}{10}$ első taggal definiált sorozatot.

* Minden kihúzott feladat 4 pontot ér.

4. feladat (20 pont)

Mit tudunk mondani az alábbi sorokról konvergencia illetve abszolút konvergencia szempontjából?

$$(i)\ \sum_{n=0}^{\infty}(-5)^n\left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{n^2}, \quad (ii)\ \sum_{n=0}^{\infty}\left(n\sqrt{n^2+1}-n^2\right).$$

5. feladat (20 pont)

Mutassuk meg, hogy az

$$S=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{2^n}{3^n-n}$$

sor konvergens, és határozzuk meg az S sorösszeg értékének az egészrészét.

Segítség: számoljuk ki az első néhány tag összegét, azaz $S_k=\sum_{n=0}^{k}\frac{2^n}{3^n-n}$ értékét $k=1,2,3,\ldots$ esetén. Tippeljük meg: honnantól nem fog változni már az egészrész, és utána próbáljuk bizonyítani, hogy az eltérés S és S_k között kellőképpen kicsi.