

VIK A1 Matematika konzultáció: ami a gyakorlatokból kimaradt (az utolsó hét anyaga)

I. További integrálási trükkök; racionális törtfüggvények és helyettesítéses integrálás

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \int \ln(1 + \sqrt{x+3}) dx, & \text{b) } \int \frac{x+2}{1+\sqrt{x+3}} dx, & \text{c) } \int \frac{1}{\sin x + \cos x} dx, \\ \text{d) } \int \ln(x^2 + 4x + 8) dx, & \text{e) } \int \frac{x^4}{x^2 - 2x - 3} dx, & \text{f) } \int \frac{x^3 - 2x^2 + 4}{x^3(x-2)^2} dx, \\ \text{g) } \int \sqrt{1 + e^x} dx, & \text{h) } \int \frac{1}{x^3 + 2x^2 + 10x} dx, & \text{i) } \int x\sqrt{5x+3} dx. \end{array}$$

II. Határozott integrál, területszámolás

Vázlatosan rajzoljuk le, majd határozzuk meg az $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ koordinátákra vonatkozó egyenlőtlenségekkel megadott alábbi tartományok területét!

$$\begin{array}{l} \text{a) } x^2 \leq y, y - 2 \leq x, \\ \text{b) } x + y \leq 1 \leq \sqrt{x} + \sqrt{y}, \\ \text{c) } y \leq x, 2x^4 - 5x^2 \leq 3yx^2 \leq 3. \end{array}$$

III. Integrálfüggvény, határozott integrálással kapcsolatos speciális trükkök; határozott integrál becslése

1. $\frac{d}{dx} \int_{-x}^{\sqrt{x^2+3}} e^{-t^2} dt = ?$

2. Határozzuk meg $\int_{-1}^1 \frac{\cos(x)}{e^x+1} dx$ értékét. Segítség: mivel $[-1,1]$ a nullára szimmetrikus, a kérdéses integranduszt kicserélhetjük egy megfelelő páros függvényre.

3. Mutassuk meg, hogy az alábbi I integrál létezik és értéke véges!

$$I = \int_0^\infty \frac{\arctan(2x) - \arctan(x)}{x} dx = \lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t \frac{\arctan(2x) - \arctan(x)}{x} dx$$