

# VIK A1 Matematika

## 13. gyakorlat

2015. november 30 - december 4.

### I. Derivált és monotonitás

1. Bizonyítsuk be, hogy a  $p(x) = x^7 + 14x - 3$  képlettel definiált  $p$  polinomnak pontosan egy valós gyöke van.
2. Számológép segítsége nélkül döntsük el mi a nagyobb:
  - a)  $e^{-\frac{3}{4}} \sin(\frac{3}{4})$  vagy  $e^{-\frac{5}{7}} \sin(\frac{5}{7})$ , illetve
  - b)  $\ln(4/3) = \ln(4) - \ln(3)$  vagy  $\frac{7}{32} = \frac{4^2}{32} - \frac{3^2}{32}$ ?

### II. Globális szélsőértékek

1. Legfőljebb illetve legalább mennyi  $x^3 + 6x - 15x + 3$  értéke, ha  $x \in [-6, 6]$  ?
2. Legfőljebb illetve legalább mennyi  $xe^{-x}$  értéke, ha  $x \geq \frac{1}{2}$  ?
3. Adott térfogatú egyenes hengerek közül melyiknek a legkisebb a felszíne?
4. Határozzuk meg a  $b_n = \frac{n^2}{n^3+100}$  sorozat legnagyobb elemét!
5. Mekkora lehet maximum a  $4y^2 + x^2 = 1$  képlettel megadott ellipszis egy pontjának távolsága a  $(0,1)$  koordinátájú ponttól?
6. Négyzet alapterületű ládikót készítünk papirból. A ládikó fölül nyitott lesz (tehát csak 5 oldalfalat kell készíteni). Ha  $1m^2$  papír áll a rendelkezésünkre, legfőljebb mekkora lehet a ládikó térfogata?

### III. Teljes függvényvizsgálat

a)  $f(x) = x^6 - 3x^4 + 3x^2 - 1$

b)  $f(x) = x - 2\arctan\left(\frac{x}{x+1}\right)$

c)  $f(x) = x\sqrt{16 - x^2}$

d)  $f(x) = x^2\ln(x^2)$

e)  $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$