

Név:

Gyakvez.:

Neptun kód:

--	--	--	--	--	--

Gyak. kurzuskód:

--

1.	2.	3.	4.	5.	$\Sigma$

1. (10 + 10 pont)

Van -e véges felső korlátja az alábbi sorozatoknak?

$$i) a_n = \sqrt[n]{\frac{2n^2 + 3}{4n^2 + n}} \cos n, \quad ii) b_n = \left(1 + \frac{1}{2n}\right)^{n^2}.$$

2. (10 + 10 pont)

$$i) \lim_n [(n+3)(\ln(n+5) - \ln(n+1))] = ? \quad ii) \lim_n \frac{1}{n - \sqrt{n^2 + 3n + 5}} = ?$$

3. (20 pont)

Legyen  $\alpha > 0$ , és tekintsük a következő rekurzív sorozatot:

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = \frac{2\alpha a_n}{a_n + \alpha}, \quad (n = 1, 2, \dots).$$

Milyen  $\alpha$  értékek mellett lesz konvergens a sorozat, és mi ekkor a határértéke?

4. (20 pont)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(2x) - \frac{1}{1+x^2}}{\sin^2(x) + x^3} = ?$$

5. (20 pont)

A valós egyenes mely pontjaiban nincs értelmezve az alábbi képlettel definiált  $f$  függvény, és mit tudunk mondani  $f$  ezeken a pontokban vett „szingularitásairól”? (Végezzük el a szakadási helyek osztályozását.)

$$f(x) = \frac{\sin(2\pi x)}{3x} + \frac{1}{3^{\frac{x}{x-1}}} + \frac{3x+3}{|x+1|}.$$