Matematika A3, 6. gyakorlat

Markó Zoltán

2011. október 11.

marzol89@gmail.com

1. Határozzuk meg a következő függvények Laplace-transzformáltját: $\mathbf{1}(t)$, $e^{at}\mathbf{1}(t)$, $\cos(at)\,\mathbf{1}(t)$.

2. Igazoljuk, hogy ha f-nek létezik az F Laplace-transzformáltja, akkor $\mathcal{L}(e^{a\cdot}f(\cdot))(p) = F(p-a)$.

3. Igazoljuk, hogy ha f függvénynek létezik a Laplace-transzformáltja, és n-szer folytonosan differenciálható $[0,\infty)$-n, akkor

$$\mathcal{L}(f^{(n)})(p) = p^n\mathcal{L}(f)(p) - \sum_{k=0}^{n-1} p^{n-1-k} f^{(k)}(0+).$$

4. Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket Laplace-transzformáció segítségével:

   a) $x'' + 2y' + 2y = 0$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$;

   b) $y''' - 3y'' + 2y' = 0$;

   c) $y''' - 2y'' + y' - 2y = 0$.

5. Legyen $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, és tekintsük az $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x}$ egyenletet, az $\mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ kezdeti érték problémával.

   a) Oldjuk meg az egyenletet sajátvektorok segítségével.

   b) Oldjuk meg Laplace-transzformációval.

   c) Oldjuk meg Hermite-interpolációs polinommal.