Matematika A3, 5. gyakorlat

Markó Zoltán

2011. október 4.

marzol89@gmail.com

1. Oldjuk meg a következő differenciálegyenlet-rendszereket mátrixok sajátértékeinek, sajátvektorainak meghatározásával.

   a)

   $$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= 2x_1 + x_2\\ \dot{x}_2 &= 3x_1 + 4x_2\end{aligned}$$

   $x_1(0) = 4$, $x_2(0) = 8$;

   b)

   $$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2\\ \dot{x}_2 &= x_1 + x_3\\ \dot{x}_3 &= x_2\end{aligned}$$

   $x_1(0) = 5$, $x_2(0) = 0$, $x_3(0) = -1$.

2. Oldjuk meg a következő differenciálegyenlet-rendszert (ez az ún. harmonikus oszcillátor):

   $$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2\\ \dot{x}_2 &= -x_1\end{aligned}$$

3. Tekintsük a következő differenciálegyenlet-rendszert:

   $$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2\\ \dot{x}_2 &= -3x_1 - 4x_2\end{aligned}$$

   a) Írjuk át egy ekvivalens másodrendű differenciálegyenletre, és oldjuk meg.
   b) Oldjuk meg sajátvektorok segítségével.
   c) Oldjuk meg Lagrange-interpolációval (vagyis állítsuk elő $e^{\mathbf{A}t}$-t Lagrange-interpoláció segítségével).

4. Adjuk meg az

   $$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 + t\\ \dot{x}_2 &= -3x_1 - 4x_2\end{aligned}$$

   lineáris inhomogén differenciálegyenlet-rendszer általános megoldását.