

Matematika A2a, 9. gyakorlat

Markó Zoltán

2011. április 6.

marzol89@gmail.com

1. Határozzuk meg a következő hatványsorok konvergenciatartományát!

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{x^{2n-1}}{2n-1}, \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x+1)^{2n}}{9^n}, \quad \sum_{n=0}^{\infty} (n^2+n)(x+2)^n.$$

2. Írjuk fel az $f(x) = \ln \cos x$ függvény $x_0 = 0$ körüli harmadrendű Taylor-polinomját!

3. Igazoljuk, hogy 0 körül $\operatorname{sh} x \approx x + \frac{x^3}{6}$. Mekkora a hiba, ha $|x| < 0,1$?

4. Írjuk fel a következő függvények adott alapponthoz tartozó Taylor-sorát!

$$\frac{1}{x}, \quad x_0 = 2; \quad \sqrt{x}, \quad x_0 = 4; \quad \cos^2 x, \quad x_0 = 0; \quad \frac{2}{(1-x)^3}, \quad x_0 = 0; \quad x^3 - 8x + 1, \quad x_0 = 0.$$

5. a) Becsüljük az $\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{x}{2}$ hibáját.

- b) Közelítsük az

$$\int_0^{0,1} \sqrt{1+x^4} dx$$

integrált az integrandus negyedrendű Taylor-polinomjának integráljával.

6. Határozzuk meg az

$$\int_0^{0,2} \frac{e^{-x} - 1}{x} dx$$

integrál értékét Taylor-sorfejtéssel.

7. Határozzuk meg az

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{ha } 0 \leq x \leq \pi \\ -1, & \text{ha } \pi < x < 2\pi \end{cases}$$

és a $g(x) = |\sin x|$ függvények Fourier-sorát!

8. Írjuk fel az $f(x) = x$, ha $|x| < \pi$, $f(x+2\pi) = f(x)$ függvény komplex Fourier-sorát!

9. Írjuk fel az $f(x) = \arcsin \sin x$ függvény Fourier-sorát.