

Matematika A2a, 2. gyakorlat

Markó Zoltán

2011. február 16.

marzol89@gmail.com

1. $\mathbf{A}^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = ?$, $\mathbf{A}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 4 \end{bmatrix}^{-1} = ?$

2. Van-e

- a) 1 elemű vektortér;
- b) 10 elemű vektortér;
- c) vektortér két altérrel;
- d) vektortér két valódi altérrel?

Mik a véges sok altérrel rendelkező vektorterek?

3. Mutassuk meg, hogy ha V_1 és V_2 egy vektortér alterei, akkor $V_1 \cap V_2$ is altér. Mikor altér $V_1 \cup V_2$?

4. Altér-e az összes $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvények körében?

- a) $\{f \mid f(0) = 1\}$;
- b) $\{f \mid f(1) = 0\}$;
- c) $\{f \mid f$ kétszer differenciálható, és $f''(x) + xf(x) = 0\}$;
- d) $\{f \mid f \geq 0\}$;
- e) $\left\{f \mid \int_{-\infty}^{\infty} |f| \text{ konvergens} \right\}$.

5. Altér-e az összes valós sorozatok körében?

- a) $\{(a_n) \mid a_1 = 2a_3 + 3a_5\}$;
- b) $\{(a_n) \mid a_2 = a_4 a_5\}$;
- c) $\{(a_n) \mid \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0\}$;
- d) számtani sorozatok;
- e) mértani sorozatok.

6. Ha \mathbf{u} és \mathbf{v} lineárisan független, akkor $\alpha\mathbf{u} + \beta\mathbf{v}$ és $\gamma\mathbf{u} + \delta\mathbf{v}$ milyen együtthatóknál lesz összefüggő?

7. Igaz-e, hogy ha $\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_{10}$ közül bármely 9 lineárisan független, akkor mind a 10 lineárisan független?

8. Legyen $\{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$ független, de $\{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{d}\}$, $\{\mathbf{a}, \mathbf{c}, \mathbf{d}\}$, $\{\mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d}\}$ összefüggők. Mit mondhatunk \mathbf{d} -ről?

9. Oldjuk meg sortranszformációkkal:

a) Hány független van az $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$ vektorok között?

b) Felírható-e az $x^3 + 7x^2 + 5$ polinom az $x^3 + 2$, $3x^3 + 4x$, $5x^2 + bx$ polinomok lineáris kombinációjaként?

c) Az $\{a + b \cos x + c \cos^2 x \mid a, b, c \in \mathbb{R}\}$ térben bázist alkot-e $\{1 + \cos x, \cos x + \cos^2 x, \cos 2x\}$?

10. Hány dimenziós

a) \mathbb{C} mint valós vektortér;

b) \mathbb{C} mint komplex vektortér;

c) az összes 3×3 -as bűvös négyzet vektortere (sorban, oszlopban, átlóban ugyanaz az összeg);

d) \mathbb{R}^3 -ben az $x + y + 3z = 0$ sík;

e) \mathbb{R}^3 -ben a $2x - 3y + z - 1 = 0$ sík;

f) \mathbb{R}^3 -ben a következő paraméteres egyenletrendszerrel adott egyenes ($t \in \mathbb{R}$):

$$x = 2 + 3t$$

$$y = -2t$$

$$z = -1 + 5t$$

g) \mathbb{R}^3 -ben az $\frac{x}{3} = y = -z$ egyenletű altér;

h) \mathbb{R}^4 -ben az $\left\{ \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} \mid d = a + b, c = a - b \right\}$ altér?