

Matematika A2a, 1. gyakorlat

Markó Zoltán

2011. február 9.

marzol89@gmail.com

1. Legyen $c = -2$,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 5 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 2 & -7 \\ \sqrt{2} & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & -9 \\ 0 & 0 & 5 & -5 \end{bmatrix}.$$

Határozzuk meg $c\mathbf{A}$, $\mathbf{A} + \mathbf{B}$, \mathbf{AC} mátrixokat.

2. Igazoljuk a következőket:

a) \mathbf{AB} és \mathbf{BA} létezik $\Leftrightarrow \mathbf{A}$ $m \times n$ -es, \mathbf{B} $n \times m$ -es;

b) $\mathbf{AB} = \mathbf{BA} \Rightarrow \mathbf{A}$ és \mathbf{B} $n \times n$ -es;

c) $\mathbf{A}(\mathbf{BA})$ létezik, \mathbf{A} $m \times n$ -es $\Rightarrow \mathbf{B}$ $n \times m$ -es.

3. Oldjuk meg: a) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \mathbf{B} = \mathbf{0}$; b) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \mathbf{B} = \mathbf{0}$; ahol \mathbf{B} 2×2 -es.

4. Igazoljuk, hogy $\begin{bmatrix} a & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}^n = \begin{bmatrix} a^n & a^{n-1} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, illetve $\begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}^n = \begin{bmatrix} \cos n\alpha & -\sin n\alpha \\ \sin n\alpha & \cos n\alpha \end{bmatrix}$.

5. Igaz-e, hogy $(\mathbf{AB})^2 = \mathbf{A}^2\mathbf{B}^2$?

6. Tegyük fel, hogy $\mathbf{A} \neq \mathbf{0}$ esetén $\mathbf{AB} = \mathbf{AC}$. Igaz-e ekkor, hogy $\mathbf{B} = \mathbf{C}$?

7. Legyen $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 4 \\ 8 & 9 \end{bmatrix}$. Keressük meg azt az \mathbf{x} oszlopvektort, melyre \mathbf{Ax}

a) az \mathbf{A} 2. oszlopa;

b) az \mathbf{A} 2. oszlopának és az 1. oszlop 3-szorosának különbsége.

Keressük meg azt az \mathbf{y} sorvektort, melyre \mathbf{yA}

c) az \mathbf{A} 3. sora;

d) az \mathbf{A} 2. sorának és az 1. sorának a különbsége;

e) az \mathbf{A} 1. sorából kivonva a másik kettőt.

Keressük meg azt az \mathbf{X} mátrixot, ahol \mathbf{AX} úgy áll elő, hogy

f) \mathbf{A} 2. oszlopát szorozzuk 4-gyel;

g) felcseréljük \mathbf{A} oszlopait;

h) \mathbf{A} első oszlopához hozzáadjuk a második 5-szörösét.

Keressük meg azt az \mathbf{Y} mátrixot, ahol \mathbf{YA} úgy áll elő, hogy

i) \mathbf{A} első két sora felcserélődik;

j) \mathbf{A} 3. sorát szorozzuk -1 -gyel;

k) \mathbf{A} 3. sorához hozzáadjuk az első sor hétszeresét és a második sort is.

8. Egy egyszerű gráf adjacencia-mátrixa $\mathbf{A} = [a_{ij}]$, ahol $a_{ij} = 1$, ha az i . és j . csúcs között fut él, és 0 különben. Legyen $\mathbf{A}^2 = [a_{ij}^{(2)}]$. Mutassuk meg, hogy ekkor $a_{ij}^{(2)}$ az i . és j . csúcs közti 2 hosszú utak száma. Általánosítsunk.

9. $\mathbf{A}^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = ?$, $\mathbf{A}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 4 \end{bmatrix}^{-1} = ?$