Matematika A1a - analízis, 4. gyakorlat

Markó Zoltán

2012. szeptember 25.

marzol89@gmail.com

Adjuk meg a következő, xy-síkbeli görbék komplex változós egyenltetét!

1. B.I/6.30. $(-2, 1)$ középpontú, 4 sugarú kör.

2. B.I/6.31. $y = mx + b$ egyenletű egyenes.

3. B.I/6.32. $(-3, 0)$ és $(3, 0)$ fókuszpontú ellipszis, nagytengelyének hossza 10.

Adjuk meg a Gauss-féle számsíkon az alábbi feltételeket kielégítő pontok halmazát.

4. B.I/6.33. $1 < |z| < 2$.

5. B.I/6.35. $|z - i| = |z + i|$.

6. B.I/6.37. $|2z - 4i| < 1$.

7. B.I/6.38. $|z| \leq |z + i|$.

8. B.I/6.90. Adjuk meg a $z = -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$ komplex szám valós részét, képzetes részét, abszolút értékét, argumentumát. Írjuk át trigonometrikus alakba.

Állapítsuk meg, hogy az alábbi egyenlőtlenségeknek a Gauss-számsík mely pontjai felelnek meg.

9. B.I/6.93. $\mathrm{Im}(z + i) > 2$.

10. B.I/6.97. $\frac{\pi}{4} < \arg z \leq \frac{\pi}{2}$.

11. B.I/6.98. $0 < \arg((1 + i)z) < \pi$.

12. B.I/6.107. Írjuk át algebrai alakba: $5\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)$.

Írjuk át az alábbi, polárkoordinátákban adott görbék egyenletét derékszögű koordinátás alakba. Ábrázoljuk a görbét.

13. B.I/6.113. $r = a$.

14. B.I/6.114. $r = 2a\sin\varphi$, $0 \leq \varphi \leq \pi$, $a > 0$.

15. B.I/6.135. Egy, a Gauss-számsíkon lévő négyzet két csúcsa komplex számokkal megadva: $z_1 = -4 + i$, $z_2 = 3 - 3i$. Adjuk meg a négyzet hiányzó két csúcsát komplex számok segítségével!

16. B.I/6.143, 6.146. $(1 + i)^{12} =?$, $(1 - i\sqrt{3})^{-10} =?$

17. B.I/6.152, 6.155. Határozzuk meg az 1 komplex harmadik, illetve hatodik gyökeit.

18. B.I/6.160. Határozzuk meg a $z = -2 + 2i$ komplex harmadik gyökeit.

19. B.I/6.174. Számítsuk ki az $e_0^j + e_1^j + \ldots + e_n^j$, $j \in \mathbb{Z}$ összeget, ahol $e_0, \ldots, e_n$ az $n+1$. egységgyökök.