

Matematika A1a - analízis, 3. gyakorlat

Markó Zoltán

2012. szeptember 18.

marzol89@gmail.com

- B.I/2.70.** Egy faluban 1000 ház van. Ezek közül 250-ben van autó, 900-ban hűtőszekrény, 950-ben televízió és 990-ben rádió. Legalább hány házban van mind a négy eszköz?
- B.I/2.73.** Legyen $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x \leq 5\}$, $B = \{y \in \mathbb{R} \mid 3 \leq y \leq 4\}$. Az (x, y) számpárokat a sík pontjainak tekintve, ábrázoljuk az $A \times B$ halmazt!
- B.I/2.74.** Legyen $A = \{a\}$, $B = \{x, y\}$, $C = \{1, 2, 3\}$. Soroljuk fel az $A \times B \times C$, A^3 , B^3 halmazok elemeit!
- B.I/2.75.** Az m elemű A halmaz és az n elemű B halmaz metszete egy k elemű halmaz. Hány eleme van az alábbi halmazoknak?

$$A \times B, \quad (A \cap B)^2, \quad (A \cup B)^3, \quad (A \setminus B)^2, \quad (A \Delta B)^4, \quad A \times B \times A.$$

- B.I/6.1.** Ábrázoljuk a Gauss-féle számsíkon az alábbi komplex számokat és helyvektorokat:

$$z_1 = 3 - i, \quad z_2 = 1 + 4i, \quad z_3 = -2 + 3i, \quad z_4 = -2 - 3i.$$

- B.I/6.4.** Bizonyítsuk be, hogy z_1, \dots, z_n komplex számok esetén

$$\overline{z_1 + z_2 + \dots + z_n} = \overline{z_1} + \overline{z_2} + \dots + \overline{z_n}.$$

- B.I/6.7.** Számítsuk ki a következő két komplex szám összegét, különbségét, szorzatát, hányadosát: $2 + 5i$, $4 - 3i$.

Hozzuk algebrai alakra a következő kifejezéseket:

- B.I/6.16.** $\frac{2}{(1-i)(3+i)}$.

- B.I/6.20.** $\frac{1}{i(3-2i)(1+i)}$.

- B.I/6.23.** Legyen $z_1 = 1 + i$, $z_2 = 1 - 2i$. Számítsuk ki a következő kifejezéseket:

$$z_1 - \frac{z_1}{z_2}, \quad \frac{z_1 - 1}{z_2}, \quad z_1^2 - \frac{iz_1}{z_2}, \quad \frac{z_1}{iz_2}.$$

- B.I/6.29.** Határozzuk meg azokat az x és y valós számokat, amelyekre fennáll a következő egyenlőség:

$$3x + 2iy - ix + 5y = 7 + 5i.$$

Oldjuk meg az alábbi egyenleteket a komplex számok halmazán!

- B.I/6.42.** $x^2 - 2x + 2 = 0$.

- B.I/6.47.** $|z| + z = 2 + i$.

- B.I/6.50.** Oldjuk meg a következő egyenletrendszer a komplex számok halmazán:

$$\begin{aligned} z_1 + 2z_2 &= 1 + i \\ 3z_1 + iz_2 &= 2 - 3i \end{aligned}$$