## Első heti gyakorlat

1. Oldjuk meg Gauss eliminációval.

$$\begin{array}{rcrcrcrcrcrcr}
x_1 & + & 3x_2 & - & 2x_3 & & & + & 2x_5 & & & = & 0 \\
2x_1 & + & 6x_2 & - & 5x_3 & - & 2x_4 & + & 4x_5 & - & 3x_6 & = & -1 \\
 & & & & 5x_3 & + & 10x_4 & & & + & 15x_6 & = & 5 \\
2x_1 & + & 6x_2 & & & + & 8x_4 & + & 4x_5 & + & 18x_6 & = & 6
\end{array}$$

2. Döntsük el, hogy a következő vektorokból álló rendszer lineárisan független-e:

$$\mathbf{u}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \mathbf{u}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{u}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix},$$

3. Legyen $\mathbf{u}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \mathbf{u}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$.

   Tekintsük a $B = \{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2\}$ bázist. Határozzuk meg a $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} -1 \\ 5 \end{bmatrix}$ vektornak a koordinátáit a $B$ bázisban. Vagyis $[\mathbf{v}]_B =?$

4. Kvadratikus alakok kanonikus alakra hozásának módszerével rajzoljuk le a következő egyenletet kielégítő kúpszeletet: $5x^2-4xy+8y^2-8x = 36$

5. Írja fel az origón átmenő az $x$-tengely pozitív felével $60°$ fokos szöget bezáró egyenesre való tükrözés mátrixát a természetes bázisban.

6. $\iiint_S \sqrt{x^2+y^2+z^2}dxdydz =?$, ahol $S$ az origó középpontú egység sugarú gömbnek az első térnyolcadba $(x, y, z > 0)$eső darabja.

7. $\iiint_T (x^2+y^2)dxdydz =?$, ahol

$$T = \left\{(x, y, z) : x^2+y^2 \leq 1 \text{ és } 0 \leq z \leq x^2+y^2\right\}.$$