

æ

MAT. B4F feladatok az I. témakörhöz (építőmérnököknek)

(A Villamosmérnöki-, Közlekedésmérnöki Kar példatárai és egyéb feladatsorok alapján összeállította: Bolla Marianna)

1. Egy virágárusnál 7 különböző fajta virágból lehet választani. Hányféleképpen vehetünk
 - a. 5 szál különböző virágot?
 - b. 5 szál virágot?
 - c. 10 szál virágot?
2. Egy 20-fős tankör tagjai megajándékozzák egymást olyan módon, hogy beteszik a neveiket egy kalapba, és mindenki kihúz egy nevet, akinek ajándékot kell vennie. Mi a vsz.-e, hogy lesz olyan ember, aki a saját nevét húzza ki?
3. Egy 20-fős tankörben mi a vsz.-e, hogy legalább két ember egy napon ünnepli a születésnapját?
4. Egy 20-fős tankör hányféleképpen tud 5 nevezést leadni egy sportverseny 5 különböző számára, ha
 - a. egy ember csak egy számban indulhat?
 - b. egy ember akárhány számban indulhat?
5. Egy 20-fős tankörben hányszor csendül a pohár, ha mindenki mindenkivel koccint egyet?
6. Egy 20-fős tankörben hányféle felállásban adhatnak be házi feladatokat, ha
 - a. házifeladat megoldó párok alakulnak?
 - b. 5 db. 4-fős csapat alakul?
 - c. 4 db. 5-fős csapat alakul?
7. Egy börtönben n rab raboskodik. Kiszabadulhatnak a következő módon: ráírják neveiket egy cédulára, beteszik egy kalapba, majd a börtönőr n -szer húz a kalapból visszatevéssel. Akinek a nevét kihúzta, az kiszabadul. Mi a vsz.-e, hogy
 - a. mindenki kiszabadul?
 - b. a maffia főnöke kiszabadul?
 - c. a főnök és a barátja is kiszabadul?
 - d. Számolja ki a fenti vsz.-ek határértékét, ha $n \rightarrow \infty$!
 - e. $n = 6$ esetén kockadobással szimulálja a sorsolást!
8. Repülőről ledobnak 1millió Ft-ot ezer db. ezer Ft-osban.
 - a. 1000 ember odaszalad. Hányféleképpen szedhetik fel a pénzt?
 - b. 2000 ember odaszalad. Hányféleképpen szedhetik fel a pénzt?

- c. 500 ember odaszalad. Hányféleképpen szedhetik fel a pénzt?
9. Dobókockával dobálunk. Mi a vsz.-e, hogy
- az első ötöst a harmadikra dobjuk?
 - a harmadik ötöst a nyolcadikra dobjuk?
10. András és Béla ilyen sorrendben, felváltva dobnak egy szabályos dobókockával. Az nyer, aki először dob ötöst. Mi a valószínűsége, hogy András nyer? Mi a valószínűsége, hogy Béla nyer?
11. Mi a könnyebb: 6 kockával legalább egy 1-est, vagy 12 kockával legalább két 1-est dobni?
12. 22 futballistából két csapatot sorsolnak ki véletlenszerűen. Mi a vsz.-e, hogy a két legjobb játékos ugyanabba a csapatba kerül?
13. Egy titkárnő íróasztalának bal és jobb fiókjában is tart 50–50 db. céges géppapírt, és szükség esetén egyenként, a két fiókból $\frac{1}{2} - \frac{1}{2}$ vsz.-gel vesz elő papírt. Mi a vsz.-e, hogy a 70. alkalommal fordul elő először, hogy kiválasztott fiókjában nem talál géppapírt?
14. Legalább hány szabályos pénzérmét kell feldobni ahhoz, hogy 0,9-nél nagyobb vsz.-gel legyen közöttük fej dobás?
15. Egy héten az ötöslottón két szelvényt 10 különböző számmal töltünk ki. Mi a vsz.-e, hogy egyik szelvényel sem nyerünk?
16. Egy aktatáska zárja három számjegyű kóddal működik. Egy illetéktelen próbálkozik a kinyitással. Mi a vsz.-e annak, hogy 5 próbálkozással nem tudja a táskát kinyitni, ha feltesszük, hogy mindig más kombinációval próbálkozik?
17. Egy vonósnégyes próbáján vagyunk. H, M, B, C jelentse rendre azokat az eseményeket, hogy az első hegedű, a másodhegedű, a brácsa és a cselló játszik. Fejezze ki H, M, B, C segítségével a következő eseményeket:
- csak a cselló játszik;
 - a két hegedű játszik, de a brácsa és a cselló nem;
 - legalább egy hangszer játszik;
 - egyetlen hangszer játszik;
 - legjeljebb egy hangszer játszik;
 - a cselló játszik, és a többi hangszer közül legalább egy játszik.
18. Tudjuk, hogy $\frac{2}{3}$ vsz.-gel tartózkodik a barátunk kocsmában. Öt kocsmában bármelyikében egyenlő vsz.-gel lehet. Négyben már megnéztük, de nem találtuk. Mi a vsz.-e, hogy az ötödikben megtaláljuk?
19. Amennyiben barátnőnk közvetlenül a randevúnk előtt megy fodrászhoz, akkor 90%, hogy elkésik a randevúról. Tízszer olyan gyakran fordul elő, hogy elkésik a randevúról, mint az, hogy randevú előtt fodrásznál volt. Ha elkésik, mi annak a vsz.-e, hogy előtte fodrásznál volt?
20. Egy tesztvizsgán 20 kérdés van, mindegyikre igen vagy nem lehet a helyes válasz. Minden kérdésnél három eset lehet: tudjuk a helyes választ, ennek $\frac{4}{7}$ a vsz.-e; azt hisszük, hogy tudjuk a helyes választ, ennek $\frac{2}{7}$ a vsz.-e; nem tudjuk a helyes

választ, ennek $1/7$ a vsz.-e, és ekkor taláломra, $1/2-1/2$ vsz.-gel válaszolunk igent vagy nemet. Mi a vsz.-e, hogy

- a. legalább 14 kérdésre helyesen válaszolunk?
 - b. ha egy kérdésre valaki helyesen válaszol, akkor azért válaszolt helyesen, mert tudta a helyes választ?
21. Jelölje p annak a vsz.-ét, hogy egy repülőgép-hajtómű repülés közben leáll. Mennyi a vsz.-e, hogy egy olyan repülőgép, amely 4 ilyen hajtóművel van felszerelve, n repülés során egyszer sem zuhan le hajtóműhiba miatt? Feltesszük, hogy a repülőgép akár egy működő hajtóművel is képes a levegőben maradni.
 22. Betegek egy csoportjában a gyógyultak 10%-a szedett Béres-cseppet. A csoportban kb. négyszer annyian gyógyultak meg, mint ahányan Béres-cseppet szedtek. Mi a vsz.-e, hogy egy, a csoportból véletlenül választott, Béres-cseppet szedő személy meg is gyógyult?
 23. Egy bizonyos betegséggel kapcsolatban egy orvosi teszt 0.95 vsz.-gel helyes diagnózist ad, ha az illető beteg, de 0,02 vsz.-gel téves diagnózist ad, ha az illető egészséges. A lakosságnak átlag 2 ezreléke szenved ebben a betegségben. Feltéve, hogy a teszt szerint betegnek találunk, mi a vsz.-e, hogy mégis egészséges vagyok?
 24. Egy augusztusi éjszakán átlag 10 percenként észlelhetünk csillaghullást. Mi annak a vsz.-e, hogy 15 perc alatt legalább két csillaghullást látunk?
 25. Kalácsütéskor 10kg tésztába átlagosan 300 szem mazsolát tesznek. Mennyi a vsz.-e, hogy egy 5dkg-os szeletben legfeljebb egy szem mazsolát talállok csak?
 26. Annak vsz.-e, hogy egy diákszálló valamely lakója valamelyik napon beteg lesz, és a betegszobában ágyat foglal el, 0,002. Ha 1200 lakója van a diákszállónak, hány ágyas betegszobát kell berendezni, hogy legfeljebb 1% legyen annak a vsz.-e, hogy egy beteg nem kap ágyat? (Alkalmazzon Poisson közelítést!)
 27. Az alábbi fv.-ek közül melyik eloszlásfv.-e egy folytonos vsz.v.-nak? Az eloszlásfv.-ek esetén adja meg a sűrűségfv.-t, az eloszlás várható értékét és szórását (ha léteznek), X értékkészletét, továbbá a $P(0 < X < 1)$ vsz.-et!

a.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{ha } x < 0, \\ \cos x, & \text{ha } 0 < x \leq \pi/2, \\ 1, & \text{különben.} \end{cases}$$

b.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{ha } x < 0, \\ \sin x, & \text{ha } 0 < x \leq \pi/2, \\ 1, & \text{különben.} \end{cases}$$

c.

$$F(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctg x$$

d.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{ha } x \leq 0, \\ x^2, & \text{ha } 0 < x \leq 1, \\ 1, & \text{különben.} \end{cases}$$

e.

$$F(x) = \begin{cases} \frac{x}{1+x}, & \text{ha } x > 0, \\ 0, & \text{különben.} \end{cases}$$

28. Az alábbi fv.-ek közül melyik sűrűségfv.-e egy folytonos vsz.v.-nak? A sűrűségfv.-ek esetén adja meg a hozzájuk tartozó eloszlásfv.-t is, és az eloszlás mediánját!

a.

$$f(x) = \begin{cases} \sin x, & \text{ha } -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi, \\ 0, & \text{különben.} \end{cases}$$

b.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2}, & \text{ha } x > 1, \\ 0, & \text{különben.} \end{cases}$$

c.

$$f(x) = \begin{cases} \sin x, & \text{ha } 0 < x \leq \pi/2, \\ 0, & \text{különben.} \end{cases}$$

d.

$$f(x) = \begin{cases} \cos x, & \text{ha } 0 < x \leq \pi/2, \\ 0, & \text{különben.} \end{cases}$$

29. Egy 22 fős osztályban nyolcan nem készültek egy tárgyból. A tanár 7 tanulót feleltet. Adja meg a készületlen felelők számának eloszlását!
30. Egy örökifjú tulajdonságú villanykörténél annak a vsz.-e, hogy 2000 óránál tovább üzemel, $2/3$. 200 ilyen égőt helyezünk el a városban egymástól függetlenül. Mi a vsz.-e annak, hogy közülük legalább 150 égő még a 200 órát sem éli meg?
31. Generálja számítógépes programmal 200 db. függetlenül működő izzó élettartamát a 31. feladat eloszlása szerint!
32. A

$$p(k) = \frac{1}{30}k^2, \quad (k = 1, 2, 3, 4)$$

képlettel értelmezett diszkrét eloszlásnak rajzolja fel az eloszlásfv.-ét, számolja ki várható értékét, szórását és móduszát!

33. Árulom a lakásunkat. Egymástól függetlenül és egymás után érkeznek az árajánlatok, amelyek nagysága azonos eloszlásúnak tekinthető F eloszlásfv.-nyel. Elfogadom az első olyan ajánlatot, amely eléri az általam kért 5 millió Ft-ot. Írja fel a lakás eladásáig beérkező ajánlatok számának eloszlását és várható értékét!
34. Azt mondják a zöldségesek, hogy 100 esetből kb. ötször fordul elő, hogy egy zsák krumplic tömege az előírttól 50 dekával többel tér el. Normális eloszlás alkalmazásával mire következtethetünk ebből a zsákok tömegének szórására vonatkozóan?
35. Egy urnában van 20 piros és 30 kék golyó.
- a. Visszatevéssel húzva, mi a vsz.-e, hogy a 10. húzásnál kerül a kezembe először piros golyó? Mi a vsz.-e, hogy a 10. húzásnál kerül a kezembe a harmadik piros golyó? Ha 10 golyót húzok, mi annak a vsz.-e, hogy 4 pirosat és 6 kéket húztam?
- b. Válaszoljon az a.-beli kérdésekre visszatevés nélküli húzás esetén!