Matematika G1F - 2. gyakorlat

2021. szeptember 22.

Sorozatok határértéke I.

Sorozat: a természetes számok (rész)halmazán értelmezett valós értékű függvény.

Pl.

$$a_n = \frac{1}{n+1}, \quad \text{ekkor } a_0 = 1,\ a_1 = \frac{1}{2},\ a_2 = \frac{1}{3},\ \ldots$$

Pl.

$$a_n = \frac{1}{n-3}, \quad \text{ekkor } a_4 = 1,\ a_5 = \frac{1}{2},\ a_6 = \frac{1}{3},\ \ldots$$

Sorozat véges határértéke: Az a_n sorozat határértéke az $A \in \mathbb{R}$ szám, ha minden $\varepsilon > 0$ számhoz meg tudunk adni olyan $N(\varepsilon)$ küszöbindexet, hogy $n > N(\varepsilon)$ esetén $|a_n - A| < \varepsilon$ teljesül. Vagyis egy idő után a sorozat összes tagja az A határérték tetszőleges környezetébe beleesnek. Ilyenkor azt mondjuk, hogy a sorozat konvergens.

I. Mi a következő sorozatok határértéke? Adjunk tetszőleges $\varepsilon > 0$-hoz $N \in \mathbb{N}$ küszöbindexet!

1. $a_n = \dfrac{1}{2n-1}$

2. $a_n = \dfrac{n^2-36}{n^2-8}$

3. $a_n = \dfrac{2n^2+n+3}{n^2-2n+1}$

4. $a_n = \dfrac{8n^3+3\cos^2(2n)}{n^4-n+2}$

5. $a_n = \dfrac{3n^3+e^{\frac{3-n}{2}}n^2+1}{6n^3-2n+3}$