Matematika G1F - 10. gyakorlat

2021. november 17.

⑤ Összetett függvény deriváltjának felismerése:

$$\boxed{\int f(g(x)) \cdot g'(x)\, dx = F(g(x))\,, \quad \text{ha} \int f = F}$$

a) $\int 2x \cdot \sin(x^2)\, dx$

b) $\int x \cdot e^{x^2+1}\, dx$

c) $\int x^2 \cdot \operatorname{sh} x^3\, dx$

d) $\int \cos x \cdot e^{\sin x}\, dx$

e) $\int \frac{e^{\operatorname{arctg} x}}{1+x^2}\, dx$

e) $\int e^{2x} \cdot \sin(e^{2x}+5)\, dx$

⑥ A sin, cos, sh , ch pozitív egész kitevőjű hatványai.

a) $\int \sin^2 x\, dx$

b) $\int \cos^2(2x)\, dx$

c) $\int \operatorname{sh}^2(3x)\, dx$

d) $\int \operatorname{ch}^2(x)\, dx$

e) $\int \sin^3 x\, dx$

f) $\int \cos^5(2x)\, dx$

⑦ Helyettesítéses integrálás

a) $\int \frac{e^{2x}}{1+e^x}\, dx \qquad (y = e^x)$

a) $\int \sqrt{1-x^2}\, dx \qquad (x = \sin y)$

⑧ Parciális integrálás

$$\boxed{\int f' \cdot g = f \cdot g - \int f \cdot g'}$$

A típus: $\int \text{polinom} * \left\{ \begin{matrix} \sin x \\ \cos 2x \\ \operatorname{sh} 5x \\ \operatorname{ch} 3x \\ e^{-2x} \end{matrix} \right\}$

Ilyenkor a polinom a "vessző nélküli", vagyis a fenti képletben a g.

a) $\int x \cdot \sin(x)\, dx$

b) $\int x^2 \cdot e^{3x}\, dx$

B típus: $\int \text{polinom} * \left\{ \begin{matrix} \text{logaritmus} \\ \text{arcus} \\ \text{area} \end{matrix} \right\}$

Ilyenkor a polinom a "vesszős", vagyis a fenti képletben az f'. A polinom a konstans 1 is lehet.

a) $\int \ln x\, dx$

b) $\int \operatorname{arctg} x\, dx$

c) $\int x \cdot \ln 2x\, dx$

C típus: $\int e^x * \left\{ \begin{matrix} \sin x \\ \cos 2x \\ \operatorname{sh} 5x \\ \operatorname{ch} 3x \end{matrix} \right\}$

Ilyenkor 2 parciális integrálás után egy egyenletet kapunk az eredeti integrálra. Az f' és g szereposztás az első parciális integrálásnál mindegy, a második parciális integrálásnál viszont figyelni kell arra, hogy ugyanazt a típusú függvényt nevezzük f'-nek, mint az elsőnél.

a) $\int e^{2x} \cdot \sin 3x\, dx$

b) $\int \operatorname{ch} 2x \cdot e^{-x}\, dx$