1. Legyen $L = \mathbb{Q}(\sqrt{p_1}, \sqrt{p_2}, \sqrt{p_3})$, ahol p_1, p_2, p_3 különböző prímek. Határozzuk meg az $L|\mathbb{Q}$ testbővítés fokát, és az $L|\mathbb{Q}$ testbővítés Galois-csoportját!

2. Keressünk olyan $p(x) \in \mathbb{Q}[x]$ polinomokat, melyeknek a Galois-csoportjai rendre:
a) C_3; b) C_2^n; c) S_3.

3. Bizonyítsuk be, hogy az $x^5 - 4x + 2 \in \mathbb{Q}[x]$ polinom Galois-csoportja S_5-tel izomorf. (Útmutatás: Lássuk be, hogy a polinomnak pontosan 3 valós gyöke van, így van a Galois-csoportnak olyan eleme, ami transzpozícióként hat a polinom gyökein.)

4. Bizonyítsuk be, hogy ha az $L|K$ Galois-bővítés páros fokú, akkor L megkapható egy résztestének egy elem négyzetgyökével való bővítéseként.

5. Ha egy racionális együtthatós polinom Galois-csoportja a kvaterniócsoporttal izomorf, akkor legalább hányadfokú a polinom?

6. Melyik n egészekre szerkeszthető n fokos szög?

7. Megszerkeszthető-e egy tetszőlegesen megadott szög ötödrésze?

8. Határozzuk meg $\cos(2\pi/n)$ fokát $\mathbb{Q}$ fölött.

9. Egy egységnyi hosszúságú szakasz két végpontjából kiindulva megszerkeszthető-e az 1 térfogatú, szabályos tetraéder élhossza?

Hf1. Adjuk meg az $x^3 + 2$ polinom $\mathbb{Q}$ fölötti felbontási testének összes résztestét!

Hf2. Határozzuk meg az $\mathrm{Aut}(L|K)$ relatív automorfizmuscsoportot, ahol $K = \mathbb{Q}(i\sqrt{3})$ és $L = K(\sqrt[6]{7})$.

Hf3. Hány elem áll elő négyzetszámként, illetve köbszámként $\mathbb{F}_{27}$-ben? Határozzuk meg α köbgyökét, ha α az $x^3 - x - 1$ polinom egyik gyöke!