1. Adjuk meg a következő bővítéseket egyszerű bővítésként:
a) $x^4 - 2$ felbontási teste $\mathbb{Q}$ fölött;
b) $\mathbb{F}_2(\alpha, \beta)$, ahol α az $x^2 + x + 1$, β az $x^3 + x + 1$ polinom egy-egy gyöke.

2. Hányadfokú az $x^6 + 6$ polinom felbontási teste $\mathbb{Q}$ fölött?

3. Bizonyítsuk be, hogy $\Phi_{p^n} = \Phi_p(x^{p^{n-1}})$.

4. Határozzuk meg a Φ_{12}, Φ_{18}, Φ_{30} polinomokat.

5. a) Bizonyítsuk be, hogy $\mathbb{R}$ automorfizmuscsoportja egyelemű. (Útmutatás: Lássuk be, hogy $\mathbb{R}$ minden automorfizmusa rendezéstartó.)
b) Hány automorfizmusa van $\mathbb{Q}(\sqrt[3]{2})$-nek? (Miért nem mond ez ellent a Galois-elmélet főtételének?)
c) Mutassunk példát olyan véges normális (de nem szeparábilis!) bővítésre, melynél a relatív automorfizmusok csoportja 1-elemű.

6. Bizonyítsuk be, hogy $\mathbb{R}$ nem áll elő egy valódi résztestének véges fokú normális bővítéseként.

7. Határozzuk meg a $\mathbb{Q}(\sqrt{2} + \sqrt{3}) \mid \mathbb{Q}$ bővítés Galois-csoportját.

8. Határozzuk meg a következő polinomok Galois-csoportját $\mathbb{Q}$ fölött és $\mathbb{F}_3$ fölött
a) $x^4 - 3x^2 + 4$ b) $x^3 - 2$ c) $x^3 + 2x^2 + 2$

9. Bizonyítsuk be, hogy ha egy harmadfokú, racionális együtthatós, irreducibilis polinomnak nem mindegyik gyöke valós, akkor a Galois-csoportja S_3-mal izomorf.

10. Legyen $L = \mathbb{Q}(\sqrt[4]{2}, i)$, és $G = \mathrm{Gal}(L|\mathbb{Q})$. Legyen g elemei közül f az a "forgatás", amelyre $\sqrt[4]{2}f = i\sqrt[4]{2}$ és $if = i$, és t az a "tükrözés", amelyre $\sqrt[4]{2}t = \sqrt[4]{2}$ és $it = -i$. Határozzuk meg H^*-ot $H = \langle f \rangle$-re, és M^*-ot $M = \mathbb{Q}(i\sqrt{2})$-re.

Hf1. Bizonyítsuk be, hogy egy nem 2 karakterisztikájú K test minden másodfokú bővítése megkapható $K(\sqrt{d})$ alakban, valamely $d \in K$-val.

Hf2. Bizonyítsuk be, hogy ha $2 \not| n$, akkor $\Phi_{2n}(x) = \Phi_n(-x)$.

Hf3. Határozzuk meg az $f(x) = x^4 + x^2 + 1$ polinom Galois-csoportját $\mathbb{Q}$ fölött.