1. Legyenek $K \leq L$ testek, és $\alpha \in L \setminus K$ algebrai K fölött. Bizonyítsuk be, hogy az α-val való szorzás lineáris transzformáció az L-en mint K fölötti vektortéren, és ennek a lineáris transzformációnak a minimálpolinomja megegyezik α minimálpolinomjával.

2. Legyen α az $x^3 - 2$ polinom egyik nem valós gyöke. Határozzuk meg α fokát $\mathbb{Q}(\sqrt[3]{2})$ fölött, és határozzuk meg a $\mathbb{Q}(\alpha) \cap \mathbb{R}$ résztestet! Igaz-e, hogy ha $K \leq L \leq M$, és $\alpha \in M$, akkor α L fölötti foka osztója α K fölötti fokának?

3. Igaz-e, hogy normális bővítés normális bővítése normális az eredeti test fölött?

4. Legyen $L|K$ egy testbővítés, M és N pedig olyan közbülső testek, amelyekre az $M|K$ és $N|K$ bővítések normálisak. Legyen S az L-nek az M és N által generált részteste és $T = M \cap N$. Bizonyítsuk be, hogy az $S|K$ és $T|K$ bővítések mindegyike normális.

5. Hányadfokú $x^4 - x^2 + 1$ felbontási teste $\mathbb{Q}$ fölött, illetve $\mathbb{F}_p$ fölött, ha p prím?

6. Hány részteste van egy p^n elemű testnek?

7. Bizonyítsuk be, hogy minden p prímre és minden n pozitív egész számra létezik n-edfokú irreducibilis polinom $\mathbb{F}_p$ fölött.

8. Igaz-e, hogy egy $K = \mathbb{F}_p(\alpha)$ $(\alpha \notin \mathbb{F}_p)$ testben α szükségképpen generátoreleme a K multiplikatív csoportjának?

9. Bizonyítsuk be, hogy tökéletes test minden véges bővítése is tökéletes.

10. Legyen K egy tetszőleges test és f egy K fölött irreducibilis polinom. Bizonyítsuk be, hogy f minden gyökének ugyanannyi a multiplicitása.

Hf1. Adjuk meg $x^4 - 2$ felbontási testét $\mathbb{Q}$ egyszerű bővítéseként!

Hf2. Bizonyítsuk be, hogy $\mathbb{Q}(\cos 40°)$ normális bővítése $\mathbb{Q}$-nak!

Hf3. Lássuk be, hogy ha $L|K$ algebrai testbővítés, és az R gyűrűre $K \leq R \leq L$, akkor R test!