Feladatmegoldó szeminárium 2.
4. óra
2015. március 2./március 4.

1. Melyek azok a szabályos sokszögek, amelyekkel a sík parkettázható?
2. Legyen a_n a 10-hez relatív prím számok száma 1 és n között. Mennyi a_n aszimptotikusan? (Azaz pl. határozzuk meg, milyen α-ra létezik $\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{n^\alpha}$, és mennyi ez a határérték.)
3. (a) Hány $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ konstans függvény van? (Azaz mennyi a számosságuk?)
   (b) Hány $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ folytonos függvény van?
   (c) Hány $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ függvény van?
4. Jenő gondolt 20 pozitív egész számra. Megkérdezhetjük tőle a 20 szám bármely valós együtthatós lineáris kombinációját. Legalább hány kérdésre van szükség, ha biztosan ki szeretnénk találni a számokat?
5. Béla az RND gombbal választ egy véletlen számot, majd a Cos gombot nyomogatja a számológépén (ahol a szöget radiánban méri). Mit tapasztal?
6. Konstruáljunk két (a normálistól különböző) dobókockát, amelyeken szintén pozitív egész számok vannak, és a dobott számok összege ugyanúgy viselkedik, mint két normális dobókocka esetén.

Beadandó feladatok

10. Előfordulhat-e, hogy egy 25 részvevős tournamenten mindenki pszeudogyőztes? (3 pont)
11. Tegyük fel, hogy a síkrács minden mezőjébe be van írva egy-egy pozitív egész szám azzal a tulajdonsággal, hogy minden mezőben a szomszédos mezőkbe írt számok átlaga áll. Bizonyítsuk be, hogy ekkor minden szám egyenlő. (3 pont)
12. Legyen $a(n)$ azon természetes számok száma, melyek kisebbek, mint n és a prímosztóik között csak 2 és 3 szerepel. Mennyi $a(n)$ aszimptotikusan, amint $n \to \infty$? (5 pont)