Mat A3 1. rész **mintazh**

A zh témakörei:

szétválasztható KDE

elsőrendű lineáris KDE

másodrendű lineáris KDE (csak homogén)

Fontos információk:

1. Számológép és egy A4-es lapnyi saját készítésű vázlat használható, egyéb írott segédeszköz (jegyzet, függvénytábla) viszont nem. Együttműködés, másolás esetén az érintettek mérlegelés nélkül elégtelent kapnak.

2. A feleletválasztós kérdések esetén:

(a) Az A–E lehetőségek közül mindig *pontosan egy* válasz a helyes, ezt kell bekarikázni (a margón).

(b) Az "egyik sem" opció mindig arra vonatkozik, hogy a többi felsorolt válaszlehetőség közül egyik sem helyes.

(c) Helyes válaszért a megadott pontszám jár;

válasz hiányában vagy rossz válasz esetén 0 pont jár.

Feladatok a túloldalon.

1. Tekintsük az $y'(t) = t^3\,(y(t) - 6)$ egyenletet.

   (a) Ez az egyenlet

   A. autonóm B. állandó együtthatós C. szétválasztható D. másodrendű E. egyik sem

   (1 p.) A B C D E

   (b) A kontans megoldások száma

   A. 0 B. 1 C. 2 D. végtelen sok E. egyik sem **(1 p.)** A B C D E

   (c) Az általános megoldás implicit alakja (ahol $c \in \mathbf{R}$ tetszőleges konstans):

   A. $y(t) = t^3\left(\frac{y(t)^2}{2} - 6t\right)$ B. $y(t) = \frac{t^4}{4}\left(\frac{y(t)^2}{2} - 6t\right) + c$ C. $\ln\left|y(t) - 6\right| = \frac{t^4}{4} + c$

   D. $-\frac{1}{(y(t)-6)^2} = 3t^2 + c$ E. egyik sem **(1 p.)** A B C D E

   (d) Az általános megoldás explicit alakja: $y(t) = ...$ (ahol $c \in \mathbf{R}$ tetszőleges konstans)

   A. $t^3\left(\frac{y(t)^2}{2} - 6t\right)$ B. $\frac{t^4}{4}\left(\frac{y(t)^2}{2} - 6t\right) + c$ C. $6 + e^{t^4/4}$ D. $6 + c \cdot e^{t^4/4}$

   E. $6 + e^{t^4/4} + c$ **(2 p.)** A B C D E

2. Egy kádba sót szórunk, az elkeveredő só $y(t)$ mennyiségét a t idő függvényében az alábbi egyenlet írja le: $y'(t) = 0.05\,(20 - y(t))$. (A mennyiségeket SI-ben mérjük.)

   (a) Adjuk meg az általános $y(t)$ megoldást! **(Levezetés)** **(5 p.)**

   Ha pedig a kezdeti $t = 0$ időpillanatban a só mennyisége 0 kg, akkor

   (b) mi lesz az $y(t)$ megoldás? **(Írjuk fel)** **(1 p.)**

   (c) hány másodperc múlva éri el a só mennyisége a 10 kg-ot?

   A. $20 \cdot \ln 2$ B. $-20 \cdot \ln 2$ C. $2 \cdot \ln 20$ D. 0 E. egyik sem **(2 p.)** A B C D E

3. Tegyük fel, hogy az előző feladatban a bejövő só mennyiségét exponenciálisan növeljük, és az egyenlet az alábbira módosul: $y'(t) = e^{bt} - 0.05y(t)$, ahol $b > 0$ állandó paraméter. Adjuk meg az általános megoldást! **(Levezetés)** **(7 p.)**

4. Elektromágneses rezgőkörökben az $I(t)$ áramerősséget a t idő függvényében az alábbi egyenlet írja le: $L\,I''(t) + RI'(t) + \frac{1}{C}I(t) = 0$. (A mennyiségeket SI-ben mérjük.) Legyen $L = 1$, $R = 5$, $C = 0.25$.

   (a) A karakterisztikus egyenlet gyökei:

   A. 1 és 4 B. -1 és -4 C. $5 \pm 4i$ D. 0 és -9 E. egyik sem **(1 p.)** A B C D E

   (b) Lineárisan független megoldások:

   A. e^t és e^{4t} B. e^{-t} és e^{-4t} C. $e^{5t}\cos 4t$ és $e^{5t}\sin 4t$ D. 1 és e^{-9t} E. egyik sem

   (2 p.) A B C D E

   (c) Az általános $I(t)$ megoldás (ahol c, ill. c_1 és c_2 tetszőleges konstans):

   A. $e^t + e^{4t} + c$ B. $c_1e^t + c_2e^{4t}$ C. $c_1e^{-t} + c_2e^{-4t}$ D. $c_1e^{5t}\cos 4t + c_2e^{5t}\sin 4t$

   E. $1 + e^{-9t} + c$ **(2 p.)** A B C D E

   (d) Az $I(0) = 3,\ I'(0) = 0$ feltételek akkor teljesülnek, ha

   A. $c_1 = 3,\ c_2 = 0.$ B. $c_1 = 3,\ c_2 = -1.$ C. $c_1 + c_2 = 3$ és $-c_1 - 4c_2 = 0.$

   D. $c_1 + c_2 = 3$ és $c_1 + c_2 = 0.$ E. egyik sem **(1 p.)** A B C D E

   (e) Az $I(0) = 3,\ I'(0) = 0$ feltételeket teljesítő megoldás: $I(t) = ...$

   A. Nincs. B. $3e^{-t}$ C. $3e^t - e^{4t}$ D. $4e^{-t} - e^{-4t}$ E. egyik sem, de létezik.

   (2 p.) A B C D E