

(ii) ha a β mátrix egyetlen oszlopa sem a nulla vektor (azaz az üres komplex nem szerepel a termék komplexek között), akkor a mechanizmus szigorúan szuperkonzervatív.

Mielőtt bebizonyítjuk a tételt, néhány megjegyzést teszünk.

3.3. Megjegyzések. (i) Ha sem a reaktáns, sem a termék komplexek között nem szerepel az üres komplex, akkor természetesen a reakció egyszerre szigorúan szub- és szuperkonzervatív. Amint korábban már láttuk (2.1. példa), $M \geq 2$ esetén ez előfordulhat.

(ii) Nyilvánvalóan igaz, hogy a szubkonzervativitás és az aciklikusság maga után vonja, hogy az α mátrix egyetlen oszlopa sem a nulla vektor (hiszen ezt már maga a szubkonzervativitás maga után vonja); és természetesen a szubkonzervativitás és az a feltétel, hogy az α mátrix egyetlen oszlopa sem a nulla vektor, *nem* vonja maga után azt, hogy a mechanizmus Volpert-gráfja aciklikus, amint ezt például a $2\mathcal{X} \rightarrow \mathcal{X}$ mechanizmus mutatja. Itt ugyanis a $\rho(-1) < 0$ egyenlőtlenségrendszernek létezik pozitív megoldása: $\rho := 1$; Volpert-gráfja pedig ($\mathcal{X} \longleftrightarrow 1$) ciklikus. (Hasonlókat lehet elmondani a szuperkonzervativitásról és a β mátrixról.)

(iii) Általában is igaz, hogy ha a szigorú szub- vagy szuperkonzervativitás fennáll valamilyen ρ vektorral, akkor létezik $\text{rank}(\gamma)$ számú lineárisan független olyan vektor, amelyekre fennállnak ezek a tulajdonságok, mivel a 2.3. definícióban szereplő szigorú egyenlőtlenségek nyílt halmazokat definiálnak. Így tehát aciklikus Volpert-gráf esetén $\text{rank}(\gamma)$ számú lineárisan független vektorral teljesül a szigorú szub- illetve a szuperkonzervativitás.

A 3.2. tétel bizonyítása. Nyilván elegendő például a tétel első felével foglalkozni, a második fele következik az első feléből, ha figyelembe vesszük a 2.1. megjegyzés (ii) részében mondottakat. Természetesen bebizonyítható a második rész az elsőhöz hasonló módon is.

Mivel a Volpert-gráf aciklikus, kezdőpontjainak halmaza, \mathcal{M}_0 , nem üres.

Tetszőleges $m \in \mathcal{M}$ esetén jelölje $\nu(m)$ a Volpert-gráfban \mathcal{M}_0 -ból m -be vezető leghosszabb út hosszának (ami egy páros szám) a felét; az aciklikusság és az α -ra vonatkozó feltétel következtében $\nu(m)$ értelmezve van minden $m \in \mathcal{M}$ mellett. Vegyük észre, hogy $\alpha(p, r) > 0$ és $\beta(m, r) > 0$ esetén $\nu(p) < \nu(m)$. Rögzítsünk egy C számot, amely nagyobb a β mátrix összes elemének összegénél. Ekkor a

$$\rho_m := C^{-\nu(m)}$$

képlettel definiált ρ vektor garantálja a szigorú szubkonzervativitást, mivel ha rögzített $r \in \mathcal{R}$ -hez választunk olyan $p \in \mathcal{M}$ számot, amelyre $\alpha(p, r) > 0$ teljesül, akkor

$$\begin{aligned} \sum_m \rho_m \beta(m, r) &= \sum_m C^{-\nu(m)} \beta(m, r) \leq C^{-\nu(p)-1} \sum_m \beta(m, r) \\ &< C^{-\nu(p)-1} C = C^{-\nu(p)} = \rho_p \leq \rho_p \alpha(p, r) \leq \sum_m \rho_m \alpha(m, r). \end{aligned} \quad \square$$