# 11. Deriválás

I. Nézzük meg, hogy a következő komplex függvények differenciálhatók-e.

| | | |
|---|---|---|
| $g(x+yj) = x^2 + jy^2$ | $g(z) = \overline{z}$ | $g(z) = \operatorname{Re} z$ |
| $g(z) = \overline{f(\overline{z})}$ | $g(x+yj) = \lvert x^2 - y^2 \rvert + 2j\lvert xy \rvert$ | $g(z) = \exp(z)$ |
| $g(z) = \sin(z)$ | $g(z) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{z^2}} & \text{ha} \quad z \neq 0 \\ 0 & \text{ha} \quad z = 0 \end{cases}$ | $g(z) = z^3$ |

II. A Cauchy–Riemann–egyenletek alkalmazásai.

1.) Hol differenciálható és hol reguláris az

$$f(z) := (x^3 + 2xy) + i(3x^2y + 6y)$$

függvény?

2.) Határozzuk meg a $c \in \mathbb{R}$ paraméter értékét úgy, hogy a

$$v(x,y) := cx^2 + 2xy - 4y^2 + 3$$

függvény egy az egész komplex számsíkon értelmezett reguláris függvény valós része legyen!

3.) Határozzuk meg a $c \in \mathbb{R}$ paraméter értékét úgy, hogy az

$$u(x,y) := cx^3 + 36xy^2 + xy$$

függvény egy az egész komplex számsíkon értelmezett reguláris függvény képzetes része legyen!

4.) Milyen $c$ érték mellett létezik a

$$v(x,y) := -x^3 + cxy^2 - y$$

függvénynek harmonikus párja? Keresse meg azt az $u(x,y)$ harmonikus párt, melyre $u(0,0) = 0$ teljesül!

---