$$E = \mathbf{r}_u^2 = R^2(\sin^2 u \cos^2 v + \sin^2 u \sin^2 v + \cos^2 u) = R^2,$$

$$F = \mathbf{r}_u \mathbf{r}_v = R^2(\sin u \cos v \cos u \sin v - \sin u \sin v \cos u \cos v) = 0$$

$$G = \mathbf{r}_v^2 = R^2 (\cos^2 u \sin^2 v + \cos^2 u \cos^2 v) = R^2 \cos^2 u.$$

$$\sqrt{E\,G - F^2} = \sqrt{R^4 \cos^2 u} = R^2 \cos u.$$

A felszin:

$$F = 8 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left\{ \int_0^{\frac{\pi}{2}} R^2 \cos u \, du \right\} dv = 8 R^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left\{ \left[\sin u\right]_0^{\frac{\pi}{2}} \right\} dv =$$

$$= 8 R^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} dv = 8 R^2 \frac{\pi}{2} = 4 R^2 \pi .$$

425. Kiszámitjuk az E, F, G értékeket.

$x_u = - b \sin u \cos v$; $x_v = - (a + b \cos u) \sin v$;
$y_u = - b \sin u \sin v$; $y_v = (a + b \cos u) \cos v$;
$z_u = b \cos u$; $z_v = 0.$
$E = \mathbf{r}_u^2 = b^2 (\sin^2 u \cos^2 v + \sin^2 u \sin^2 v + \cos^2 u) = b^2,$
$F = \mathbf{r}_u \mathbf{r}_v = b \sin u \cos v (a + b \cos u) \sin v -$
$\quad - b \sin u \sin v (a + b \cos u) \cos v = 0$
$G = \mathbf{r}_v^2 = (a + b \cos u)^2 (\sin^2 v + \cos^2 v) = (a + b \cos u)^2.$
$E\,G - F^2 = b^2 (a + b \cos u)^2 .$

Mindkét változó 0-tól 2π -ig változik.

$$F = \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} b(a+b \cos u) du\, dv = \int_0^{2\pi} \left[ab\, u + b^2 \sin u\right]_0^{2\pi} dv =$$

$$= 2 \int_0^{2\pi} ab\, \pi\, dv = 4\, ab\, \pi^2.$$

426. $F = 2\pi(1 - \frac{1}{e})$.

427. $F = 32\ (\pi - 2)$.

428. $F = \frac{\pi}{3} (\sqrt{2} + \text{ar sh } 1)$.

429. $F = \frac{a\pi}{4} \sqrt{a^2 + b^2}$.

430. $F = \frac{8\pi}{3} (2\sqrt{2} - 1)$.

431. $F = 8\ \pi (4 + \text{sh } 4)$.

432. $F = (\ln \text{sh } 3 - \ln \text{sh } 2) \pi$

433. A felület egy meghatározott pontja elliptikus, ha abban a pontban $L\,N - M^2 > 0$, hiperbolikus, ha $L\,N - M^2 < 0$ és parabolikus, ha $L\,N - M^2 = 0$.

Feladatunk tehát az, hogy kiszámitsuk az $L\,N - M^2$ kifejezés értékét.

Kiszámitjuk a paraméterek szerinti parciális deriváltakat:

$x_u = - b \sin u \cos v$; $x_v = - (a + b \cos u) \sin v,$

$y_u = - b \sin u \sin v$; $y_v = (a + b \cos u) \cos v,$

$z_u = b \cos u$; $z_v = 0,$

$x_{uu} = - b \cos u \cos v$; $x_{uv} = b \sin u \sin v,$

$y_{uu} = - b \cos u \sin v$; $y_{uv} = -b \sin u \cos v,$

$z_{uu} = - b \sin u$; $z_{uv} = 0$,

$x_{vv} = - (a + b \cos u) \cos v,$

$y_{vv} = - (a + b \cos u) \sin v,$

$z_{vv} = 0.$