

Matematika A2, Mintavizsga

- (3+4 pont) Fogalmazza meg és bizonyítsa be a végtelen sorokra vonatkozó gyökkritériumot!
- Melyek igazak az alábbi állítások közül? Amelyek igazak, azt bizonyítsa be (tanult tételekre hivatkozhat), amelyek nem igazak, ott mutasson ellenpéldát!
 - (2 pont) \mathbb{R}^3 -ben 2 vektor lehet lineárisan független;
 - (2 pont) \mathbb{R}^3 -ben 2 vektor alkothat generátorrendszert;
 - (2 pont) \mathbb{R}^3 -ben 4 vektor lehet lineárisan független;
 - (2 pont) \mathbb{R}^3 -ben 4 vektor alkothat generátorrendszert;
- (3 pont) Definiálja az $f(x, y)$ függvény T tartományon vett kettős integrálját!
 - (2 pont) Írjon le olyan tételt, amely arról szól, hogy a T tartomány és az $f(x, y)$ függvény bizonyos tulajdonságai garantálják a kettős integrál létezését!
- (7 pont) Adja meg az $f(x) = x + 2$, $|x| < \pi$ függvény Fourier-sorának első négy nem-nulla tagját!
- (7 pont) Határozza meg az a paraméter értékét úgy, hogy az alábbi lineáris egyenletrendszernek végtelen sok megoldása legyen. Ezen a -k esetén határozza meg az összes megoldást!

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 + ax_3 &= 0 \\x_1 + ax_2 + x_3 &= 0 \\ax_1 + x_2 + x_3 &= 0\end{aligned}$$

- (6 pont) Határozza meg az $f(x, y) = x^2 + 2x + xy + y^3 + y$ függvény szélsőértékeit és azok jellegét!
- (7 pont) Határozza meg az $A(0, 0)$, $B(1, 1)$ és $C(2, 0)$ csúcspontú T háromszögön az $f(x, y) = x + 2y$ függvény kettős integrálját!
- (7 pont) Legyen $T = \{(x, y) : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$. Határozza meg az

$$\iint_T \frac{\ln(1 + \sqrt{x^2 + y^2})}{\sqrt{x^2 + y^2}} dA$$

kettős integrál értékét!

- (6 pont) Határozza meg a $D = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 < 16, 0 < z < 4\}$ tartományon az $f(x, y, z) = z$ függvény hármasintegrálját!