Építész Kar, **Minta zh az 1. zh.-hoz**

2011. szeptember 29.

1. Vizsgáljuk az $a_n = \frac{2n+1}{n+3}$ sorozat monotonitását, korlátosságát és konvergenciáját. Konvergencia esetén számítsuk ki a határértéket!

2. Legyen $a_n = \frac{2n-1}{5n+2}$. Határozzuk meg azt a legkisebb n_0 természetes számot (küszöbindexet), melyre teljesül, hogy minden $n > n_0$ esetén az a_n eltérése a sorozat határértékétől kisebb mint $\varepsilon = 10^{-2}$.

3. a) $\lim_{x\to 2} \frac{x^2+3x-10}{x^2-x-2}$ b) $\lim_{x\to 0} \frac{\ln(100x+50)-\ln 50}{x}$ c) $\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{\sqrt{x+16}-4}$

4. Az a paraméter mely értékeire lesz a következő függvény folytonos?
$$g(x) = \begin{cases} \frac{\sin 5x}{\mathrm{tg} 10x} & \text{, ha } x \neq 0 \\ a+5 & \text{, ha } x = 0 \end{cases}$$

5. Határozza meg a következő függvények deriváltját!
a) $f(x) = \sqrt[3]{4x^5 + 5^x + tg5x}$ b) $g(x) = \frac{(x^3+5x^2+6x)\ln x}{\cos 2x+10}$ c) $h(x) = \sqrt{2x + \sqrt[3]{3x + \sqrt[4]{4x+5}}}$

6. Igazolja, hogy az $y = \frac{2011}{x}$ hiperbolához egy tetszőleges pontban húzott érintő és a koordinátatengelyek alkotta háromszög területe nem függ az érintési pont megválasztásától!

7. Egy felül nyitott, henger alakú, 1 liter térfogatú edényt akarunk készíteni aluminium lemezből. Hogyan válasszuk meg az edény sugarát és magasságát, hogy minél kevesebb lemezt használjunk fel?