A kritikus perkoláció zaj- és dinamikus érzékenysége, illetve Fourier spektruma

Pete Gábor, Microsoft Research

A négyzetrács éleit avagy a háromszögrács csúcsait válasszuk 1/2 valószínűséggel nyitottnak, 1/2-del zártnak, egymástól függetlenül. Ekkor egy $n \times n$-es négyzet bal és jobb oldala között közelítőleg 1/2 valószínűséggel van nyitott út. Most sorsoljuk újra a kb. n^2 változó ϵ_n hányadát. Milyen kicsi lehet ϵ_n, hogy már lényegében független legyen egy nyitott bal-jobb út léte az újrasorsolás előtt és után? Egy kapcsolódó probléma: a végtelen rácson majdnem biztosan nincsen végtelen nyitott fürt, de ha minden változót egymástól függetlenül folytonos időben (Poisson órákkal) állandóan újrasorsolunk, akkor már esetleg lehetnek olyan (véletlen) időpontok, amikor van végtelen fürt. Léteznek-e ilyen időpontok, és ha igen, mennyien?

Christophe Garban-nal és *Oded Schramm*-mal közösen bebizonyítottuk, hogy a háromszögrácson $\epsilon_n \approx n^{-3/4}$ az igazság, azaz a nyitott bal-jobb út léte rendkívül zajérzékeny. Továbbá, a végtelen fürttel bíró kivételes időpontok Hausdorff-dimenziója majdnem biztosan 31/36. A négyzetrácson, ahol (a háromszögráccsal ellentétben) nem bizonyították a konform-invariancia és az SLE_6 görbe segítségével kiszámítható kritikus exponensek, nem tudjuk ezeket a pontos számértékeket, ám megmutatjuk, hogy léteznek kivételes időpontok.

A bizonyítások a nyitott bal-jobb, illetve az origóból egy nagy R távolságra vivő út létét leíró Boole-függvények Fourier-Walsh-együtthatóinak kiszámításán alapszanak.