Analízis 2, 3–4. hét

Vonalmenti integrál

I[A] . Számoljuk ki az alábbi $\int_\gamma f$ alakú integrálokat.

1. $f(z) = \mathrm{e}^{2\bar{z}}$ és γ az origóból a $-1 + \mathrm{i}$ pontba menő szakasz.
2. $f(z) = \bar{z}$ és γ az origó körüli egységsugarú kör pozitív irányítással.
3. $f(z) = \dfrac{1}{z}$ és γ az origó körüli egységsugarú kör pozitív irányítással.
4. $f(z) = z^n$, ahol $n \in \mathbb{Z}$ és γ az origó körüli $r \in \mathbb{R}^+$ sugarú kör pozitív irányítással.
5. $f(z) = z^n$, ahol $n \in \mathbb{Z}$ és γ az origó körüli $r \in \mathbb{R}^+$ sugarú kör pozitív irányítással.

II[A] . Számoljuk ki az adott f függvény és γ görbe mellett a $\int_\gamma f$ vonalmenti integrálokat.

1.	$f(z) = \dfrac{\sin z}{z}$	$\gamma:$ az origó körüli 2 egység sugarú kör
2.	$f(z) = \dfrac{\exp z}{z-1}$	$\gamma:$ az 1 körüli π egység sugarú kör
3.	$f(z) = \dfrac{\operatorname{sh} z - z - \frac{z^3}{6}}{z^6}$	$\gamma:$ az origó körüli 2 egység sugarú kör
4.	$f(z) = \dfrac{\operatorname{sh} z - z - \frac{z^3}{6}}{z^5}$	$\gamma:$ az origó körüli 3 egység sugarú kör
5.	$f(z) = \dfrac{\cos z - 1}{z^3}$	$\gamma:$ az origó körüli 1 egység sugarú kör

(A feladatok megoldásánál használjuk fel, hogy $\gamma(t) = R\exp(2\pi\,\mathrm{i}\,t)$ $(t \in [0,1],\ R \in \mathbb{R}^+)$ és $f(z) = z^n$ $(n \in \mathbb{Z})$ esetén

$$\int_\gamma f = \begin{cases} 2\pi\,\mathrm{i} & \text{ha} \quad n = -1, \\ 0 & \text{ha} \quad n \neq -1 \end{cases}$$

teljesül.)