

**Kalkulus 1.**  
**2. Zárthelyi dolgozat**  
 2018. 11. 28. 10.15-11.45

Név:  
 Neptun kód:

1.	2.	3.	4.	5.	Σ:

1. Konvergensek-e az alábbi sorok? (5+5 p.)

a.)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{n^{2n}}$       b.)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n^3 \log n + 2n\sqrt{n+1} - 3}{(n + \sqrt{n})^4 + 6n^2 - n + 7}$

2. Számolja ki az alábbi határértékeket. (6+6 p.)

a.)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \operatorname{arsh} 4x)^{\frac{1}{\sin 3x}}$       b.)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\sin x} - \frac{1}{\operatorname{sh} x} \right)$

3. Legyen  $I \subseteq \mathbb{R}$  nyílt intervallum,  $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $a \in I$  és  $K, C \in \mathbb{R}^+$  olyan, (8 p.)  
 hogy minden  $x \in I$  pontra

$$|f(x) - f(a) - K(x - a)| < C|x - a|^2$$

teljesül. Igazolja, hogy ekkor az  $f$  függvény differenciálható az  $a$  pontban, és  $f'(a) = K$ .

4. Adja meg az  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  függvény deriváltját, ahol (5+5 p.)

a.)  $f(x) = \operatorname{sh} \sqrt[5]{\frac{1 + e^{\cos^2 x + 1}}{3 + \sin(6x - 3)}}$ ;

b.)  $f(x) = \left( \frac{\sqrt{x^2 + 1} - \cos x}{x^2 + 3} \right) \cdot \arcsin \left( e^{-x^2 - 1} - 1 \right)$

5. Végezzen teljes függvényvizsgálatot az (10 p.)

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad x \mapsto \operatorname{arctg}(2x + 1) + \ln(4x^2 + 4x + 2)$$

függvényen.

(Teljes függvényvizsgálatnál válaszoljon az alábbi kérdésekre:

hol értelmezett a függvény, mi a határértéke a plusz- és mínusz végtelenben, illetve a Dom  $f$  halmaz határpontjaiban, hol monoton növő illetve csökkenő a függvény, hol van lokális szélsőértéke, és a milyen jellegű szélsőérték (maximum, minimum), hol konvex illetve konkáv a függvény, hol van globális minimuma illetve maximuma a függvénynek, mi a függvény értékkészlete.)