

Kalkulus 1.
2. Zárthelyi dolgozat
2018. 12. 05. 17.15-18.45

Név:
Neptun kód:

1.	2.	3.	4.	5.	Σ:

1. Adja meg az alábbi kifejezések értékét. (5+5 p.)

a.) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}} - \sqrt{x} \right)$ b.) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{4}{n^3 - n}$

2. Pontosán mely valós x értékek esetén konvergens a $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{n+2}{2^n(n^2+3)} \cdot x^n$ sor? (10 p.)

3. Legyen $f : [0, \infty[\rightarrow \mathbb{R}$ olyan folytonos függvény, melyre $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$ (10 p.)
és $\sup_{x \in [0, \infty[} f(x) = 1$ teljesül. Igazolja, hogy van olyan $x_0 \in [0, \infty[$ pont, melyre $f(x_0) = 1$.

4. Adja meg az alábbi függvény deriváltját és egyszerűsítse a kapott (5+5 p.)
kifejezést.

a.) $f(x) = \sqrt{2} \operatorname{arth} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \left(-1 + \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right) \right);$
b.) $g(x) = 2\sqrt{x+1} - 2 \operatorname{arctg} \left(\sqrt{x+1} \right).$

5. Végezzen teljes függvényvizsgálatot az (10 p.)

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad x \mapsto (x^2 + x) e^x$$

függvényen.

(Teljes függvényvizsgálatnál válaszoljon az alábbi kérdésekre:

hol értelmezett a függvény, mi a határértéke a plusz- és mínusz végtelenben, illetve a Dom f halmaz határpontjaiban, hol monoton növekvő illetve csökkenő a függvény, hol van lokális szélsőértéke, és a milyen jellegű szélsőérték (maximum, minimum), hol konvex illetve konkáv a függvény, hol van globális minimuma illetve maximuma a függvénynek, mi a függvény értékkészlete.)