

2. PÓTZÁRTHELYI DOLGOZAT

KALKULUS 1
BSc Matematika

2017. december 7.
Munkaidő: 90 perc

BME, Természettudományi Kar, Matematika Intézet, Analízis Tanszék

Név:

Neptun kód:

--	--	--	--	--	--

Kurzuskód:

--

1.	2.	3.	4.	5.	6.	Σ

1. (5+5 pont) Határozza meg az alábbi határértékeket, amennyiben léteznek!

(a)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n^3 - n^2} \cdot \left(\frac{n^2 - 2n + 1}{n^2 - 2n + 4} \right)^{3n^2 - 6n + 5},$$

(b)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - 2 + \dots + (2n - 1) - 2n}{\sqrt{n^2 + 1}}.$$

2. (5+5 pont) Konvergensek-e az alábbi numerikus sorok? Amennyiben igen, határozza meg az összegüket!

(a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\frac{\pi}{2} - 3^{n-2}}{5^n},$$

(b)

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n^2 - 4}.$$

3. (8 pont) Határozza meg a

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + (-3)^n}{n^2} x^n$$

valós hatványsor konvergenciatartományát!

4. **(5+5 pont)** Határozza meg az alábbi határértékeket, amennyiben léteznek!

(a)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{(x+a)(x+b)} - x), \quad a, b \in \mathbb{R}, \text{ rögzített,}$$

(b)

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{\pi - x}.$$

5. **(7 pont)** Tekintsük az

$$f(x) = \frac{1}{1 - e^{\frac{x}{1-x}}}$$

függvényt! Hol van értelmezve? Vizsgálja meg a bal-, illetve jobboldali határértéket a szakadási helyeken!

6. **(5+5 pont)**

Van-e zérushelye az

(a) $f(x) = x^n - x^{n-1} - 1$ függvénynek az $I = [1, 2]$ intervallumon? ($n \in \mathbb{N}$ rögzített)

(b) $f(x) = 1 + x^3 + x^4 + x^5$ függvénynek $(-\infty, \infty)$ -en?