

Kalkulus 1.
1. pótzárthelyi dolgozat
2017. 11. 2. 16.00-17.30

Név:
Neptun kód:
Oktató:

1.	2.	3.	4.	5.	6.	Σ:

1. A a és b logikai formula bármely (igaz/hamis) logikai értéke esetén határozza meg (6 p.)

$$(a \Leftrightarrow (a \vee b)) \Leftrightarrow (b \Rightarrow a)$$

logikai értékét!

2. Legyen $X = \mathbb{N}^+$ és definiáljuk a \preccurlyeq relációt az X halmazon az alábbi módon. (4,4,4 p.)

$$x \preccurlyeq y \text{ pontosan akkor, ha } \exists k \in \mathbb{N} : y = kx$$

- a.) Mutassa meg, hogy \preccurlyeq (parciális) rendezés.
- b.) Legyen $A = \{6, 10\} \subseteq X$. Adja meg az A halmaz legkisebb illetve minimális elemét/elemeit a \preccurlyeq rendezés szerint, ha azok léteznek.
- c.) Adja meg az A halmaz infimumát.

3. Legyen $A = (\mathbb{Q} \cap [0, 1]) \cup [2, 3[\subseteq \mathbb{R}$. (6,4,2 p.)

- a.) Adja meg az A halmaz belső, torlódási és izolált pontjainak a halmazát.
- b.) Határozza meg az $\text{Int } A$ és az \overline{A} halmaz elemeit.
- c.) Kompakt-e az \overline{A} halmaz?

4. Igazolja, hogy minden $n \in \mathbb{N}^+$ számra $\sum_{k=1}^n \frac{4}{k(k+1)(k+2)} = \frac{n(n+3)}{(n+1)(n+2)}$ teljesül. (7 p.)

5. Mutassa meg, hogy minden $a, b, c \in \mathbb{R}^+$ esetén $9abc \leq (a+b+c)(ab+bc+ca)$. (7 p.)

6. A határérték definíciója alapján igazolja a (8 p.)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n^2 + 4n} - n = 2$$

határértéket.