

2. ZÁRTHELYI DOLGOZAT

Kalkulus 2
Matematika BSc

2017. április 27.
Munkaidő: 90 perc

BME, Természettudományi Kar, Matematika Intézet, Analízis Tanszék

Név:

Előadó:

Neptun kód:

--	--	--	--	--	--	--

1.	2.	3.	4.	5.	6.	Σ

1. (7 pont)

A $P = (1, 1, 1)$ pont kielégíti az $F(x, y, z) = e^{xz} - y + z - e = 0$ egyenletet. Mutassa meg, hogy P egy környezetében z kifejezhető $z = g(x, y)$ alakban, és határozza meg a $g(x, y)$ függvény deriváltját az $(x_0, y_0) = (1, 1)$ pontban.

2. (6+6 pont)

Határozza meg az alábbi integrálok értékét!

(a)

$$I = \int_0^1 \int_{y^2}^1 ye^{-2x^2} dx dy$$

(b) $J = \iint_T (xy + \sqrt{x^2 + y^2}) dx dy$, ahol T az $\{x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0, y \geq 0\}$ tartomány a síkon.

3. (7 pont)

Számítsuk ki a $\mathbf{v}(x, y, z) = (y + z, x + z, x + y)$ vektormező vonalmenti integrálját az $x^2 + y^2 = 1, z = 1$ egyenletű körvonal mentén pozitív körüljárás szerint.

4. (10 pont)

Számítsa ki a $\mathbf{v}(x, y, z) = (2x, 3y, 4z^2)$ vektormező felületmenti integrálját az $x^2 + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{9} = 1$ ellipszoidon kifelé mutató normális mellett!

5. (7 pont) Milyen valós x számokra konvergens a

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} e^{-n(x^2-1)}$$

függvénysor, és egyenletes-e a konvergencia az $]1, \infty[$ illetve a $]3, \infty[$ intervallumokon?

6. (7 pont) Legyen $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -3 & 5 \end{bmatrix}$. Számítsuk ki a $\cos(\frac{\pi}{2}A)$ mátrixot.