Kalkulus 2.
1. Pótzárthelyi dolgozat
2017. 5. 12. 14.15-15.45

Név:
Neptun kód:
Gyakorlat kurzus:

1.	2.	3.	4.	5.	6.	$\sum$:

1. Tekintsük az $\mathbb{R}^2$ síkon az alábbi halmazt. *(5 p.)*

$$A = \left\{(x, y) \in \mathbb{Q}^2 \mid 0 < x < 2,\ |y| < x^2\right\}$$

Határozza meg az A halmaz belsejét és lezártját.

2. Határozza meg az *(6 p.)*

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{xy + \sin(x^2 + y^2)}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

határértéket.

3. Mennyi a minimuma az $f(x, y) = x^2y(2 - x - y)$ függvénynek a *(8 p.)*

$$T = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \le x,\ 0 \le y,\ x + y \le 6\right\}$$

halmazon?

4. Legyen $f :]0, \infty[^2 \to \mathbb{R}$, $f(x, y) = \sin\left(\dfrac{x}{y^2}\right)$. *(8 p.)*
   a.) Számolja ki a $(\operatorname{grad} f)(\pi, 1)$ vektort.
   b.) Írja fel az f függvény $(\pi, 1)$ pontbeli érintősíkjának az egyenletét.

5. Tekintsük az *(15 p.)*

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} \qquad (x, y) \mapsto \begin{cases} \dfrac{x^3 + y^3}{x^2 + y^2}, & \text{ha} \quad (x, y) \neq (0, 0); \\ 0, & \text{ha} \quad (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

függvényt.
   a.) Folytonos-e az f függvény? (Az origóban illetve azon kívül.)
   b.) Számolja ki a $(\partial_x f)(x, y)$ és a $(\partial_y f)(x, y)$ mennyiséget. (Az origóban is!)
   c.) Igazolja, hogy f az origón kívül mindenütt folytonosan differenciálható.
   d.) Differenciálható-e az f függvény a $(0, 0)$ pontban?

6. Legyen $v : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, $v(x, y, z) = \left(y + \operatorname{ch}(2z), \sin(x + z), \dfrac{xy}{z^2 + 1}\right)$ *(8 p.)*
   a.) Adja meg a $(\operatorname{div} v)(x, y, z)$ függvényt.
   b.) Adja meg a $(\operatorname{rot} v)(x, y, z)$ függvényt.