

Minimum követelmény

Analízis 1, 2016/17 I. félév

A definíciók és a tételek témakörök szerinti felsorolásban.

1. Metrikus terek. (43)

Metrika. Nyílt, zárt, korlátos halmaz metrikus térben. Halmaz belső, torlódási, határ- és izolált pontja. Halmaz lezártja és belseje. Nyílt és zárt halmazok jellemzése metrikus altéren. Konvergencia és Cauchy-sorozatok metrikus terekben. Metrikus tér teljessége. Seholy sem sűrű halmaz. Első és második kategóriájú halmaz. Baire-féle kategóriatétel. Cantor-féle közösrésztétel. Relatív kompakt és lokálisan kompakt halmazok. Bolzano–Weierstrass-tétel. Szeparábilis metrikus tér. Teljesen korlátos halmaz. Hausdorff-tétel. Függvények határértéke. Átviteli elv határértékekre. Függvény folytonossága. Átviteli elv folytonosságra. Folytonosság topologikus jellemzése. Homeomorfizmus és izometria. Weierstrass-féle maximum-minimum elv. Egyenletesen folytonos függvény. Heine-tétel. Kontrakció. Banach-féle fixponttétel. Szorzatmetrika. Heine–Borel-tétel. Ívszerűen összefüggő és összefüggő halmazok.

2. Normált terek. (33)

Norma, normált tér, Banach-tér. Ekvivalens normák. Normált terek szorzata. Folytonos lineáris leképezés normája. Folytonos multilineáris leképezés normája. Pozitív, negatív definit; szigorúan pozitív, negatív definit; valamint indefinit leképezés. Algebra alaptétele. Lineáris függvényháló. Szétválasztó függvényhalmaz. Félnorma. Szubadditív és pozitív homogén leképezés. Hahn–Banach-tétel. Banach–Steinhaus-tétel. Banach nyílt leképezés tétele. Zárt gráf tétel. Banach tétele korlátos inverz létezéséről.

3. Differenciálszámítás. (5)

Normált terek között ható leképezések deriválhatósága és deriváltja. Függvények összegének és kompozíciójának deriválása. Vektorértékű és skalárértékű függvény szorzatának deriválása.

Az alábbi tételek bizonyításának ismerete szükséges.

Nyílt és zárt halmazok jellemzése metrikus altéren. Baire-féle kategóriatétel. Cantor-féle közösrésztétel. Bolzano–Weierstrass-tétel. Hausdorff-tétel. Folytonosság topologikus jellemzése. Heine tétele. Banach-féle fixponttétel. Metrikus tér összefüggőségének ekvivalens jellemzései. Tér teljességének jellemzése abszolút konvergencia sorokkal. Az \mathbb{R}^n téren bármely két norma ekvivalens. Parseval-egyenlőség. A folytonos lineáris leképezések terének tulajdonságai. Bernstein-polinomokkal való egyenletes approximáció. Hahn–Banach-tétel. Banach nyílt leképezés tétele. Függvények kompozíciójának deriválása.