

Analízis 1.
2. Pótzárthelyi dolgozat
2016. 12. 06. 14.15-15.45

Név:
Neptun kód:

1.	2.	3.	4.	5.	Σ :

1. Legyen $M_1 =]0, \infty[$, $M_2 = \mathbb{R}^+$ és $f : M_1 \rightarrow M_2$. Egyenletesen folytonos-e az f függvény, (5+5 p.)
ha
- d_1 a diszkrét metrika, $d_2(x, y) = |x^2 - y^2|$ és $f(x) = x^3$?
 - $d_1(x, y) = |x^3 - y^3|$, $d_2(x, y) = |x - y|$ és $f(x) = x^2$?
2. Legyen az $A : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ lineáris leképezés mátrixa a kanonikus ($e_1 = (1; 0)$, $e_2 = (0; 1)$) bázisban $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$. (6+6 p.)
- Határozza meg $\|A\|$ értékét, ha $A : (\mathbb{R}^2, \|\cdot\|_2) \rightarrow (\mathbb{R}^2, \|\cdot\|_1)$.
 - Határozza meg $\|A\|$ értékét, ha $A : (\mathbb{R}^2, \|\cdot\|_\infty) \rightarrow (\mathbb{R}^2, \|\cdot\|_4)$.
3. Legyen $(V, \langle \cdot, \cdot \rangle)$ skalárszorozatos vektortér a valós számtest felett. (6+6 p.)
- Folytonos-e a $\langle \cdot \rangle : V \times V \rightarrow \mathbb{R}$ leképezés?
 - Egyenletesen folytonos-e a $\langle \cdot \rangle : V \times V \rightarrow \mathbb{R}$ leképezés?
4. Legyen V Banach-tér és $A \in \mathcal{L}(V, V)$. Igazolja, hogy ekkor létezik az e^A leképezés, valamint $\|e^A\| \leq e^{\|A\|}$ teljesül. (8 p.)
5. Legyen V normált tér, $a \in \mathcal{L}(V, V)$. Bizonyítsa be, hogy (8 p.)
- $$R_a : \mathcal{L}(V, V) \rightarrow \mathcal{L}(V, V) \quad x \mapsto xa$$
- lineáris leképezés, valamint $\|R_a\| = \|a\|$ teljesül.