Minta zárthelyi dolgozat

BIII*, 2003/2004, I. félév, 2. zh.

1. (15 pont) Határozzuk meg az $x^2+z^2=a^2$ és $y^2+z^2=a^2$ felületekkel határolt test felszínét.
2. (25 pont) A *Stokes-tétel alkalmazásával* számítsuk ki az

$$\oint_C (y-z)\,dx+(z-x)\,dy+(x-y)\,dz$$

pálya menti integrált, ahol $a,h>0$ konstansok, $x,y,z\in\mathbb{R}$, a C az $x^2+y^2=a^2$, $x/a+z/h=1$ egyenletű ellipszis, amelyet az x tengely pozitív fele felől nézve pozitív körüljárási iránnyal egyszer futunk be.
3. (20 pont) Határozzuk meg az $1/2$ pontban elhelyezkedő ponttöltés és a vele egyenlő nagyságú, ellentétes előjelű, a 0 középpontú 1 sugarú vezetőn elhelyezkedő töltés komplex potenciálját.
4. (25 pont) A $-R$, R, $R+2\pi i$, $-R+2\pi i$ téglalap körül integrálva, majd $R\to+\infty$ határértéket véve, határozzuk meg az

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{e^{\alpha t}}{1+e^t}\,dt$$

integrált, ahol $0<\alpha<1$.
5. (20 pont) Oldjuk meg a $\operatorname{tg} x\,dt+\operatorname{ctg} t\,dx=0$ differenciálegyenletet.
6. (15 pont) Oldjuk meg az $x'=(t-x)^2+1$ differenciálegyenletet.