

### Függvények ábrázolása a „kritikus” helyeken vett határértékek segítségével

Kritikus helynek nevezzük a  $\pm\infty$ -t valamint azokat a helyeket ahol valamelyik függvény nevezője nulla.

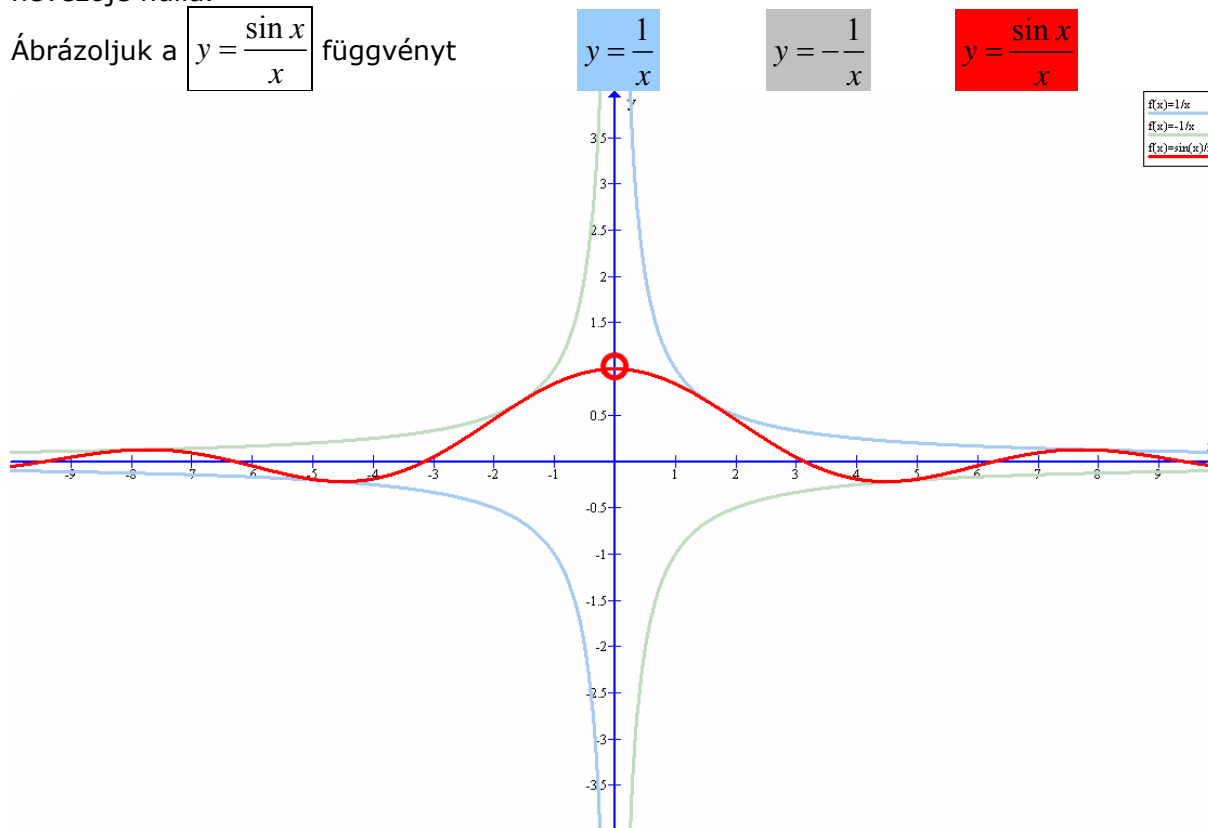
Ábrázoljuk a  $y = \frac{\sin x}{x}$  függvényt

$y = \frac{1}{x}$

$y = -\frac{1}{x}$

$y = \frac{\sin x}{x}$

$f(x) = 1/x$   
 $f(x) = -1/x$   
 $f(x) = \sin(x)/x$



Vegyük észre, hogy ha az  $y = f(x)$  függvényt megszorozzuk az  $y = \sin x$ -el, akkor ahol a szinusz függvény nulla volt ott a szorzat függvény is nulla, ahol a szinusz függvény 1 értéket vett fel ott a szorzat függvény  $f(x)$  értékét veszi fel, ahol pedig a szinusz függvény -1 értéket vett fel ott a szorzat függvény  $-f(x)$  értékét veszi fel. Ezért a szorzat függvény az  $f(x)$  és a  $-f(x)$  görbéje között „hullámszik”

Ebből következik, hogy az  $f(x) \cdot \sin x$  függvénynek a végtelenben akkor és csak akkor lehet határértéke ha  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$

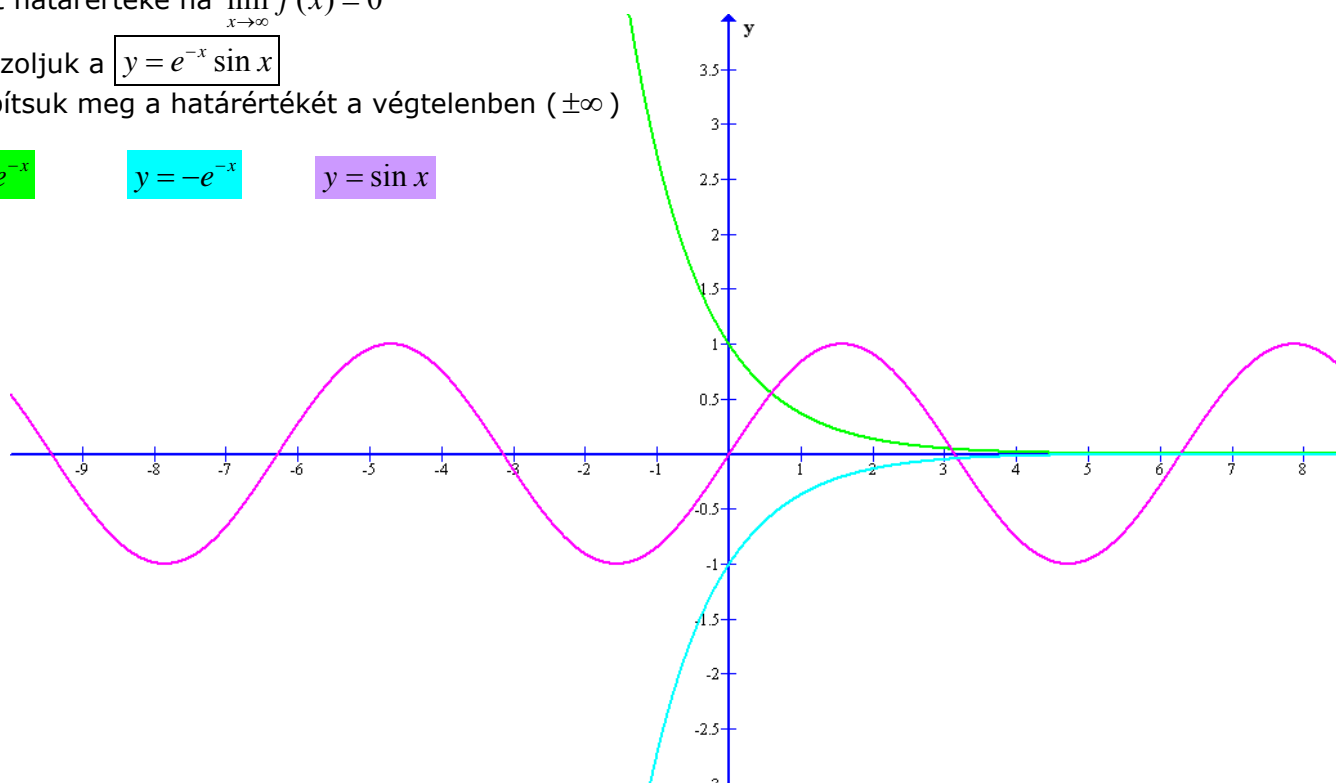
Ábrázoljuk a  $y = e^{-x} \sin x$

Állapítsuk meg a határértékét a végtelenben ( $\pm\infty$ )

$y = e^{-x}$

$y = -e^{-x}$

$y = \sin x$

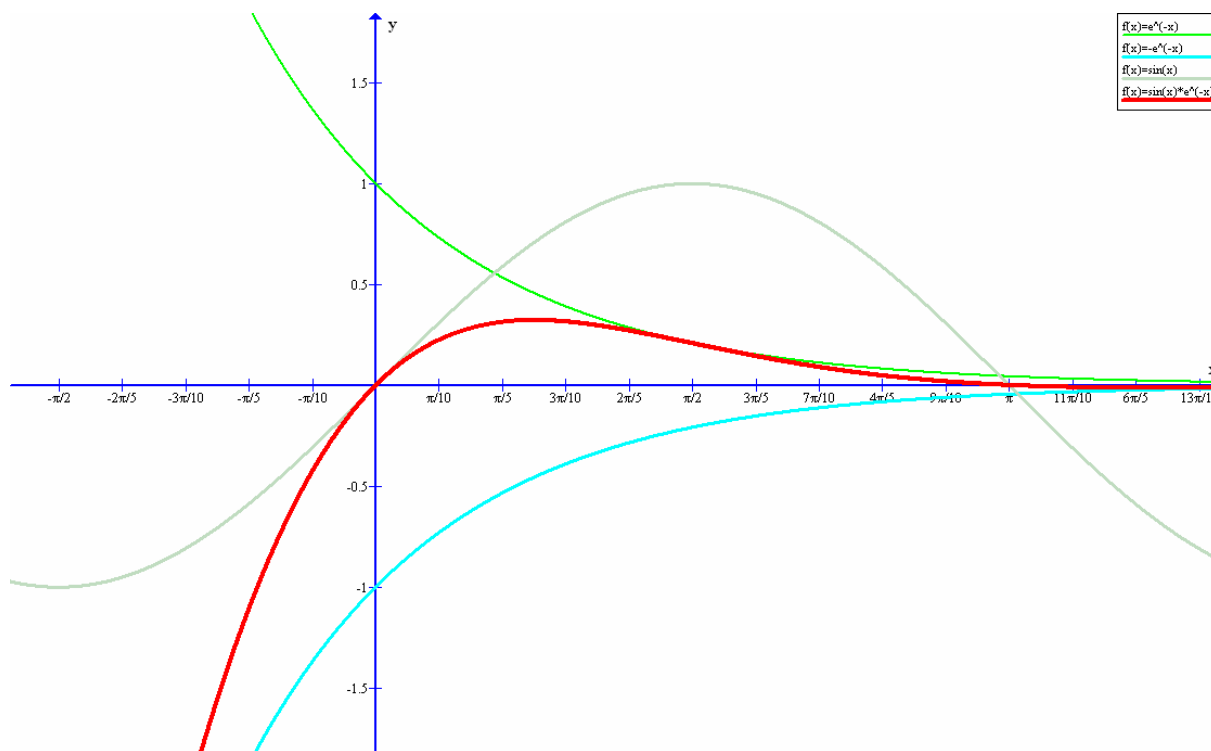


$y = e^{-x}$

$y = -e^{-x}$

$y = \sin x$

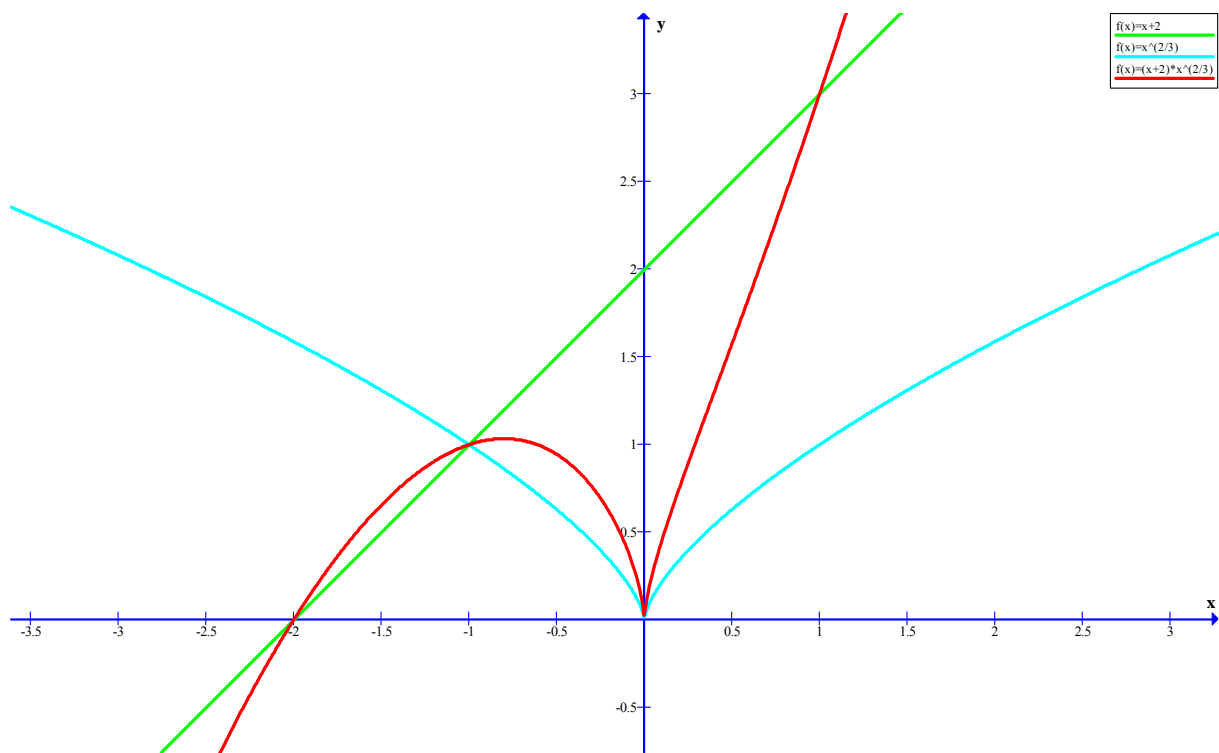
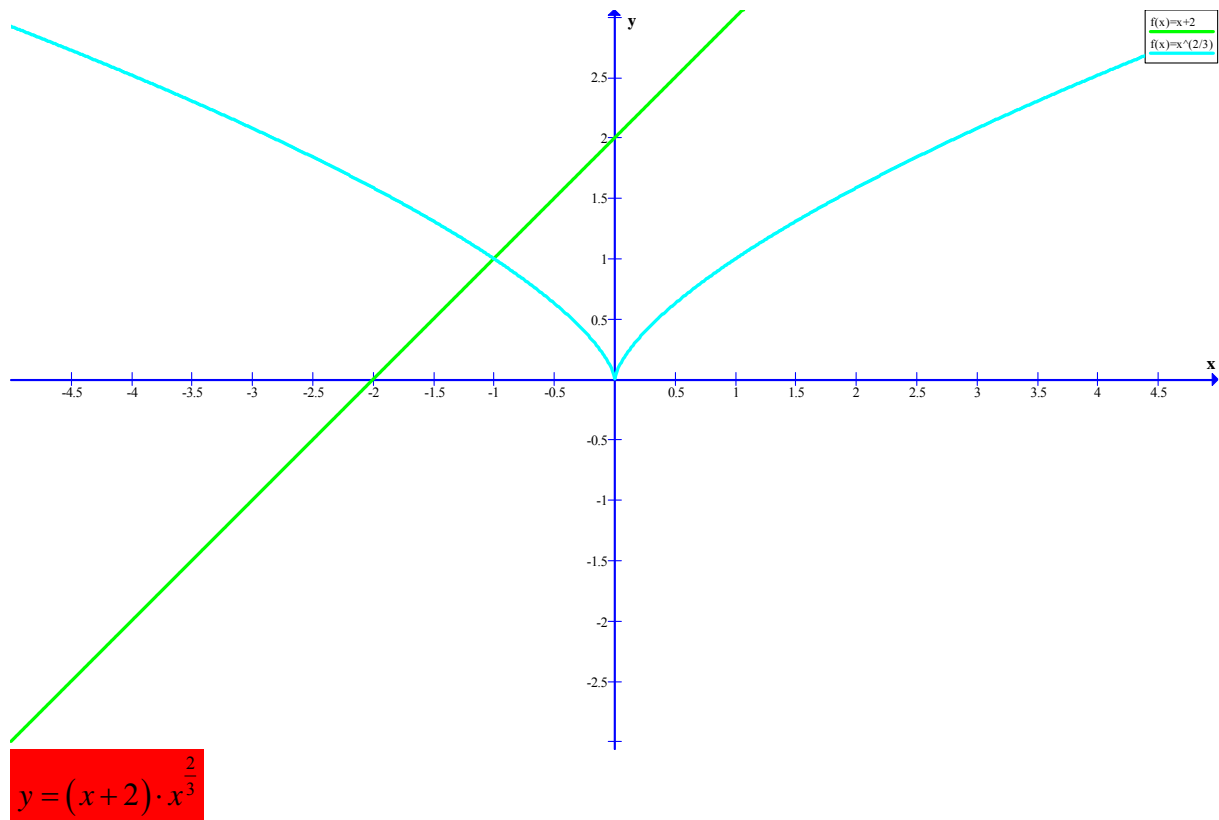
$y = e^{-x} \sin x$



Ábrázoljuk az  $y = (x+2) \cdot x^{\frac{2}{3}}$  függvényt (ezt a függvényt később, mikor már tudunk deriválni, meg fogjuk részletesen vizsgálni)

$y = x^{\frac{2}{3}}$

$y = (x+2) \cdot$



### Reciprokfüggvények ábrázolása, határértékek a „kritikus” helyeken

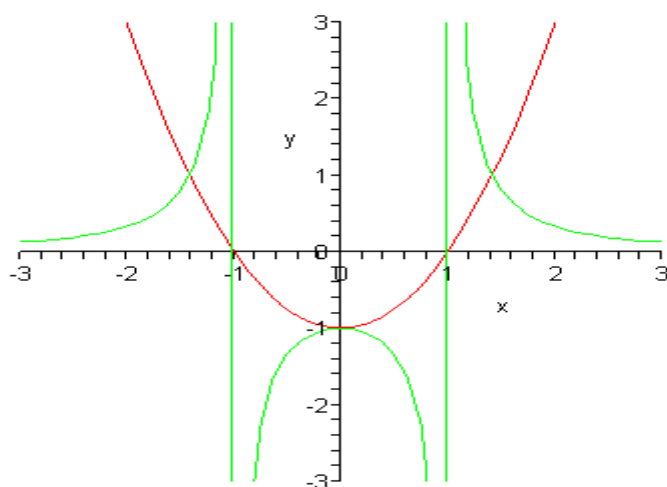
Kritikus helynek nevezzük a  $\pm\infty$ -t valamint azokat a helyeket ahol a nevező nulla.

Vegyük észre, hogy ha az  $y = \frac{1}{f(x)}$  függvény görbéje úgy keletkezik az  $f(x)$

görbéből, hogy ahol  $f(x)$  az 1 értéket vette fel ott a reciproka is az 1 értéket veszi fel, ahol  $f(x)$  a -1 értéket vette fel ott a reciproka is a -1 értéket veszi fel, ahol  $f(x) = 0$  értékét vette fel, ott a reciprokának végtelen a határértéke ( $+\infty$  vagy  $-\infty$ , függően attól, hogy pozitív vagy negatív értékeken keresztül vette fel a 0 értéket. Ahol pedig a függvénynek  $+\infty$  vagy  $-\infty$  volt a határértéke, ott a reciprokának 0 a határértéke.

$$f(x) = x^2 - 1$$

$$g(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$$



$$f(x) = \sqrt{x+1}$$

$$g(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$$

