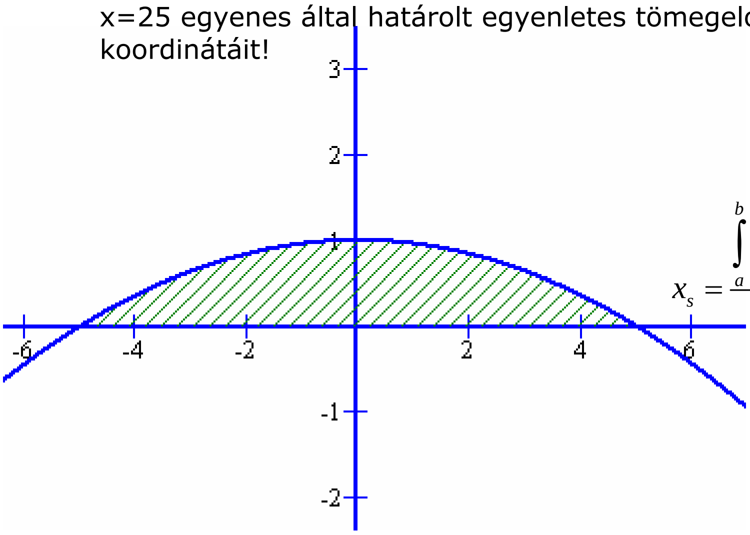
1. $$\int\left(\frac{x^2+8x-\sqrt{x}}{x^3}\right)dx=\int\left(\frac{1}{x}+8x^{-2}-x^{\left(-\frac{5}{2}\right)}\right)dx=\ln|x|-8\frac{1}{x}+\frac{2}{3}x^{\left(-\frac{3}{2}\right)}+C==$$

2. Határozza meg az $f(x)=1-\frac{x^2}{25}$ függvény grafikonja és a $-5\le x\le 5$ intervallum, és az x=25 egyenes által határolt egyenletes tömegeloszlású síklemez súlypontjának koordinátáit!




Súlypont koordinátái:

$$x_s=\frac{\int_a^b x\cdot f(x)dx}{\int_a^b f(x)}\qquad y_s=\frac{\frac{1}{2}\int_a^b f^2(x)dx}{\int_a^b f(x)}$$

Tekintettel arra, hogy a síkidom szimmetrikus az y tengelyre, a súlypont az y tengelyen van, tehát $x_s=0$

$$=\frac{\int_{-5}^{5}x\cdot\left(1-\frac{x^2}{25}\right)dx}{\int_{-5}^{5}\left(1-\frac{x^2}{25}\right)dx}=\frac{\int_{-5}^{5}\left(x-\frac{x^3}{25}\right)dx}{\left[x-\frac{x^3}{75}\right]_{-5}^{5}}=\frac{\left[\frac{x^2}{2}-\frac{x^4}{100}\right]_{-5}^{5}}{2\left[x-\frac{x^3}{75}\right]_{0}^{5}}=\frac{0}{\left(\frac{20}{3}\right)}=0$$

$$Y_s=\frac{\frac{1}{2}\int_{-5}^{5}\left(\frac{25-x^2}{25}\right)^2dx}{\int_{-5}^{5}\left(1-\frac{x^2}{25}\right)dx}=\frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{25^2}\int_{-5}^{5}\left(25-x^2\right)^2dx}{\left(\frac{20}{3}\right)}=\frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{25^2}\int_{-5}^{5}\left(25^2-50x^2+x^4\right)dx}{\left(\frac{20}{3}\right)}=$$

$$=\frac{\frac{1}{2}\frac{1}{25^2}\left[25^2x-50\frac{x^3}{3}+\frac{x^5}{5}\right]_{-5}^{5}}{\left(\frac{20}{3}\right)}=\frac{\frac{1}{25^2}\left[25^2x-50\frac{x^3}{3}+\frac{x^5}{5}\right]_{0}^{5}}{\left(\frac{20}{3}\right)}=\frac{\left[5-\frac{10}{3}+1\right]}{\left(\frac{20}{3}\right)}$$

$$=\frac{3}{20}\frac{15-10+3}{3}=\frac{8}{20}=\frac{2}{5}$$

3. Adott a következő három mátrix:

**A** = $\begin{bmatrix} 5 & -2 & 1 \\ -2 & 0 & -1 \\ 3 & 2 & 11 \end{bmatrix}$ **B** = $\begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 0 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ **C** = $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 11 \end{bmatrix}$

Számítsa ki az alábbi kifejezések közül, amelyiket lehet: **A+B, AB, AC, BA, BC**

$$\underline{\underline{A}} \cdot \underline{\underline{B}} = \begin{bmatrix} 5 & -2 & 1 \\ -2 & 0 & -1 \\ 3 & 2 & 11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 0 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 32 & -8 \\ -13 & 2 \\ 44 & 16 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\underline{A}} \cdot \underline{\underline{C}} = \begin{bmatrix} 5 & -2 & 1 \\ -2 & 0 & -1 \\ 3 & 2 & 11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 11 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18 \\ -13 \\ 122 \end{bmatrix}$$

4. határozza meg az a és b paraméterek értékét úgy, hogy az alábbi egyenletrendszernek végtelen sok megoldása legyen! Adja is meg ebben az esetben a megoldásokat!

$$\begin{aligned} x + 5y + 8z &= 6 \\ 2x + 11y + 17z &= 13 \\ -2x + az &= b \end{aligned}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 5 & 8 & 6 \\ 2 & 11 & 17 & 13 \\ -2 & 0 & a & b \end{array}\right) \sim S3 + 2S1, S2 - 2S1 \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 5 & 8 & 6 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 10 & a+16 & b+12 \end{array}\right) \sim S1 - 5S2, S3 - 10S2 \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & a+6 & b+2 \end{array}\right)$$

Tehát végtelen sok megoldás van, ha a=-6 és b=-2

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

A megoldás

$x + 3z = 1$ azaz $x = 1 - 3z$, $y = 1 - z$

$y + z = 1$