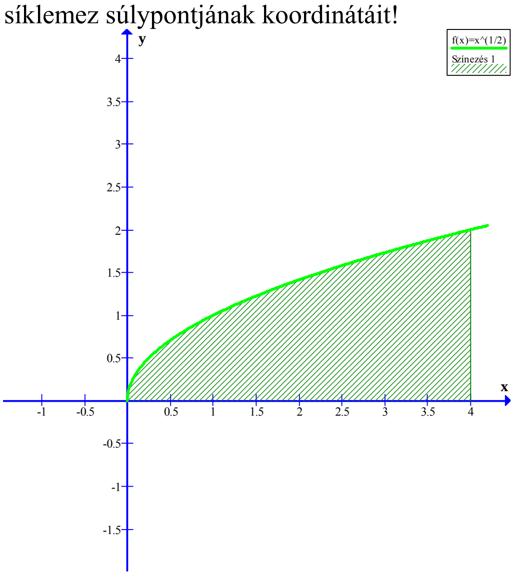
2- ZH D csoport

1. $\int\left(4^x - x^{-3} + \cos 2x\right)dx = \frac{1}{\ln 4}4^x - \frac{x^{-2}}{-2} + \frac{1}{2}\sin 2x + C =$

2. Határozza meg az $y = \sqrt{x}$ görbe, a $0 \le x \le 25$ intervallum, és az x=25 egyenes által határolt homogén síklemez súlypontjának koordinátáit!



Súlypont koordinátái:

$$x_s = \frac{\int_a^b x \cdot f(x)dx}{\int_a^b f(x)} \qquad y_s = \frac{\frac{1}{2}\int_a^b f^2(x)dx}{\int_a^b f(x)}$$

$$x_s = \frac{\int_0^{25} x\cdot\sqrt{x}dx}{\int_0^{25}\sqrt{x}dx} = \frac{\int_0^{25} x^{\frac{3}{2}}dx}{\int_0^{25} x^{\frac{1}{2}}dx} = \frac{\frac{2}{5}\left[x^{\frac{5}{2}}\right]_0^{25}}{\frac{2}{3}\left[x^{\frac{3}{2}}\right]_0^{25}} = \frac{3}{5}\frac{5^5}{5^3} = 15 = \left(\frac{1250}{83,33}\right)$$

$$y_s = \frac{\frac{1}{2}\int_0^{25} x\cdot dx}{\int_0^{25}\sqrt{x}dx} == \frac{\frac{1}{4}\left[x^2\right]_0^{25}}{\frac{2}{3}\left[x^{\frac{3}{2}}\right]_0^{25}} = \frac{3}{8}\frac{25^2}{5^3} = \frac{3}{8}\frac{5^4}{5^3} = \frac{15}{8} = 1,875$$

3. Bontsa fel az $\underline{a}$ = (11, 8, -7) vektort a $\underline{b}$ (3, 2, 1) vektorral párhuzamos és rá merőleges komponensekre.

$\underline{a}_1 + \underline{a}_2 = \underline{a}$, $\underline{a}_1 \parallel \underline{a}$, $\underline{a}_2 \perp \underline{a}_1$, $\boxed{\underline{a}_1 = \left(\underline{a}\cdot\frac{\underline{b}}{|\underline{b}|}\right)\cdot\frac{\underline{b}}{|\underline{b}|}}$ $\underline{a}_2 = \underline{a} - \underline{a}_1$

$$\frac{\underline{b}}{|\underline{b}|} = \left(\frac{3}{\sqrt{14}}, \frac{2}{\sqrt{14}}, \frac{1}{\sqrt{14}}\right)$$

$$\underline{a}_1 = \left(\frac{33}{\sqrt{14}} + \frac{16}{\sqrt{14}} + \frac{-7}{\sqrt{14}}\right)\cdot\left(\frac{3}{\sqrt{14}}, \frac{2}{\sqrt{14}}, \frac{1}{\sqrt{14}}\right) = \frac{42}{14}(3,2,1) = 3(3,2,1) = (9,6,3)$$

$$\underline{a}_2 = \underline{a} - \underline{a}_1 = (11,8,-7) - (9,6,3) = (2,2,-10)$$

4. Adott a következő három mátrix:

A = $\begin{bmatrix} 5 & 4 & -3 \\ 3 & 4 & 1 \\ 0 & 2 & -3 \end{bmatrix}$ **B** = $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \\ 5 & -6 \end{bmatrix}$ **C** = $\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix}$

Számítsa ki az alábbi kifejezések közül, amelyiket lehet: **A+B, AB, AC, BA, BC**

$$\underline{\underline{A}}\cdot\underline{\underline{B}} = \begin{bmatrix} 5 & 4 & -3 \\ 3 & 4 & 1 \\ 0 & 2 & -3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \\ 5 & -6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -22 & 44 \\ -4 & 16 \\ -21 & 26 \end{bmatrix} \qquad \underline{\underline{A}}\cdot\underline{\underline{C}} = \begin{bmatrix} 5 & 4 & -3 \\ 3 & 4 & 1 \\ 0 & 2 & -3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ -5 \\ -4 \end{bmatrix}$$