Valószínűségszámítás, 2. vizsga

2012. január 7, 10:15–11:55, K150

Elm. 1. (30 pont) Milyen nemcsökkenő függvények visznek át egy Egyenletes(0, 1) eloszlású valószínűségi változót egy valamilyen intervallumon egyenletes eloszlású valószínűségi változóba? Indokoljunk.

Elm. 2. Legyenek X, Y valószínűségi változók, $y \in \mathbb{R}$ rögzített. Írjuk le

a) (10 pont) a diszkrét esetben a feltételes súlyfüggvény;

b) (10 pont) az együttesen folytonos esetben a feltételes eloszlásfüggvény;

c) (10 pont) az együttesen folytonos esetben a feltételes sűrűségfüggvény

definínicóját az $Y = y$ feltétel mellett. Ha a válaszban szerepelnének nulla valószínűségű eseményekre vett feltételes valószínűségek, magyarázzuk meg, azokat hogyan kell érteni.

Elm. 3. (40 pont) Legyen N illetve M a pontok száma egy homogén Poisson(1) folyamat (0, 2) illetve (1, 3) intervallumában. Határozzuk meg N és M korrelációs együtthatóját.

Gy. 1. (70 pont) Egy tánctanfolyamon 10 hölgy és 10 úriember vesz részt, köztük van Aranka, Bori, Cecília, illetve Aladár, Béla és Csaba. A hölgy-úr párok kiválasztása teljesen véletlenszerűen történik. Mi a valószínűsége, hogy Aladár párja nem Aranka, sem Bori, sem Cecília, miközben Béla párja nem Bori, sem Cecília, miközben Csaba párja nem Cecília?

Gy. 2. A szekrényemben van egy cinkelt kocka, melyre

$$\mathbf{P}\{\text{⚀}\} = \mathbf{P}\{\text{⚁}\} = \mathbf{P}\{\text{⚂}\} = \mathbf{P}\{\text{⚃}\} = \mathbf{P}\{\text{⚄}\} = \frac{2}{15}, \qquad \mathbf{P}\{\text{⚅}\} = \frac{1}{3}.$$

Van egy másik kocka is, az szabályos. Egy szabályos érmét feldobva $1/2 - 1/2$ eséllyel választok a cinkelt és a szabályos kocka közül, majd a kiválasztott kockával n-szer dobok. Legyen S_n az n dobás összege.

a) (40 pont) Számítsuk ki S_n várható értékét.

b) (40 pont) Számítsuk ki S_n szórásnégyzetét.

c) (30 pont) Írjunk fel Csebisev egyenlőtlenséget az S_n/n valószínűségi változóra.

d) (20 pont) Tudunk-e Nagy számok gyenge törvényét bizonyítani S_n/n-re? Ha igen, hogyan, ha nem, miért nem?

Valószínűségszámítás, 2. vizsga

2012. január 7, 10:15–11:55, K150

Elm. 1. (30 pont) Milyen nemcsökkenő függvények visznek át egy Egyenletes(0, 1) eloszlású valószínűségi változót egy valamilyen intervallumon egyenletes eloszlású valószínűségi változóba? Indokoljunk.

Elm. 2. Legyenek X, Y valószínűségi változók, $y \in \mathbb{R}$ rögzített. Írjuk le

a) (10 pont) a diszkrét esetben a feltételes súlyfüggvény;

b) (10 pont) az együttesen folytonos esetben a feltételes eloszlásfüggvény;

c) (10 pont) az együttesen folytonos esetben a feltételes sűrűségfüggvény

definínicóját az $Y = y$ feltétel mellett. Ha a válaszban szerepelnének nulla valószínűségű eseményekre vett feltételes valószínűségek, magyarázzuk meg, azokat hogyan kell érteni.

Elm. 3. (40 pont) Legyen N illetve M a pontok száma egy homogén Poisson(1) folyamat (0, 2) illetve (1, 3) intervallumában. Határozzuk meg N és M korrelációs együtthatóját.

Gy. 1. (70 pont) Egy tánctanfolyamon 10 hölgy és 10 úriember vesz részt, köztük van Aranka, Bori, Cecília, illetve Aladár, Béla és Csaba. A hölgy-úr párok kiválasztása teljesen véletlenszerűen történik. Mi a valószínűsége, hogy Aladár párja nem Aranka, sem Bori, sem Cecília, miközben Béla párja nem Bori, sem Cecília, miközben Csaba párja nem Cecília?

Gy. 2. A szekrényemben van egy cinkelt kocka, melyre

$$\mathbf{P}\{⚀\} = \mathbf{P}\{⚁\} = \mathbf{P}\{⚂\} = \mathbf{P}\{⚃\} = \mathbf{P}\{⚄\} = \frac{2}{15}, \qquad \mathbf{P}\{⚅\} = \frac{1}{3}.$$

Van egy másik kocka is, az szabályos. Egy szabályos érmét feldobva $1/2 - 1/2$ eséllyel választok a cinkelt és a szabályos kocka közül, majd a kiválasztott kockával n-szer dobok. Legyen S_n az n dobás összege.

a) (40 pont) Számítsuk ki S_n várható értékét.

b) (40 pont) Számítsuk ki S_n szórásnégyzetét.

c) (30 pont) Írjunk fel Csebisev egyenlőtlenséget az S_n/n valószínűségi változóra.

d) (20 pont) Tudunk-e Nagy számok gyenge törvényét bizonyítani S_n/n-re? Ha igen, hogyan, ha nem, miért nem?