Matematika EP3 1. zárthelyi
2016. okt. 17.

1. Keressük meg azt a legfejlebb másodfokú polinomot, amely illeszkedik a $(3,2)$, $(4,-3)$, $(6,1)$ pontokra. (Használjuk a Lagrange- vagy a Newton-interpolációt.)

2. Határozzuk meg a
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n^2 4^n}$$
hatványsor konvergenciatartományát. (A konvergenciasugár megállapítása után ne felejtsük el megvizsgálni a kapott intervallum végpontjaiban a konvergenciát.)

3. Írjuk fel az
$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{ha } x \in [0,\pi) \\ -1 & \text{ha } x \in [-\pi, 0) \end{cases}$$
2π szerint periodikus függvény Fourier-sorát. Segítség: emlékezzünk a páros és páratlan függvények Fourier-soráról tanultakra. A számolásnál használjuk a $\cos(k\pi) = (-1)^k$ azonosságot.

4. Az érintőmódszer segítségével adjunk közelítést a $\sqrt{2}$ értékére az alábbiak szerint. Tekintsük az $f(x) = x^2 - 2$ függvényt, amelynek az $[1,2]$ intervallumon keressük a zérushelyét. Számoljunk 4 tizedesjegy pontossággal, az érintőmódszert addig folytassuk, amíg az f függvény értéke a közelítőpontban 4 tizedesjegy pontossággal 0 nem lesz.

5. Végezzünk el két lépést a szukcesszív approximáció módszerével az
$$y' = y + x$$
differenciálegyenlet $y(0) = 0$ kezdeti érték melletti megoldásának közelítésére.

6. Tekintsük az
$$y'' - y' - 6y = 2 - 2x - 12x^2$$
konstans együtthatós másodrendű differenciálegyenletet. Határozzuk meg a homogén egyenlet általános megoldását. Ellenőrizzük, hogy az $y_{\mathrm{ih}}(x) = x^2$ megoldása az inhomogén egyenletnek. Az előbbiek segítségével írjuk fel az inhomogén egyenlet általános megoldását.

Minden feladat 10 pontos, 50 pont elérése számít 100%-nak.