Matematika EP3 1. zárthelyi pótlása
2016. dec. 12.

1. Illesszünk köbös csonkolt spline-t a $(-1,3)$, $(0,2)$, $(1,-3)$ pontokra, azaz keressük meg a feltételeknek megfelelő

$$s(x) = b_0 + b_1 x + c_1(x+1)_+^3 + c_2 x_+^3 + c_3(x-1)_+^3$$

alakú függvényt alkalmas b_0, b_1, c_1, c_2, c_3 konstansokkal.

2. Határozzuk meg a

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x+1)^n}{\sqrt{n}}$$

hatványsor konvergenciatartományát. (A konvergenciasugár megállapítása után ne felejtsük el megvizsgálni a kapott intervallum végpontjaiban a konvergenciát.)

3. Írjuk fel az

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{ha } x \in [0,\pi) \\ 0 & \text{ha } x \in [-\pi,0) \end{cases}$$

2π szerint periodikus függvény Fourier-sorát. Segítség: a Fourier-sor konstans tagjának kiszámolása után vegyük észre, hogy $f(x)$ egy páratlan függvény eltoltja. A számolásnál használjuk a $\cos(k\pi) = (-1)^k$ azonosságot.

4. A húrmódszer segítségével közelítsük meg az $x = e^{-x}$ egyenlet megoldását. A keresést a $[0,1]$ intervallumból indítsuk, 3 tizedesjegy pontossággal számoljunk, és két lépést végezzünk el a húrmódszerrel.

5. Az Euler-módszer segítségével adjunk közelítést az

$$y' = xy + x$$

differenciálegyenlet $y(0) = 0$ kezdeti érték melletti megoldására a $0, 1/3, 2/3, 1$ osztópontokon. Számoljuk ki a közelítő függvény értékét az 1 pontban is.

6. Tekintsük az

$$y'' + 2y' + 5y = 0$$

konstans együtthatós homogén másodrendű differenciálegyenletet. Adjuk meg az egyenlet általános megoldását. Deriválással ellenőrizzük, hogy az egyik (nem nulla) alapmegoldás valóban kielégíti az egyenletet.

Minden feladat 10 pontos, 50 pont elérése számít 100%-nak.